BMTE-144

सत्रीय कार्य पुस्तिका

स्नातक उपाधि कार्यक्रम

बी. एम. टी. ई. – 144

संख्यात्मक विश्लेषण

(01 जनवरी, 2026 से 31 दिसंबर, 2026 तक वैध)

परीक्षा फ़ार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य जमा करना ज़रूरी है।

इग्नू
जन-जन का विश्वविद्यालय

विज्ञान विद्यापीठ
इन्दिरा गांधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय
मैदान गढ़ी, नई दिल्ली – 110 068

(2026)

हम उम्मीद करते हैं कि स्नातक उपाधि कार्यक्रम में अपनाई गयी मूल्यांकन पद्धति से आप भली-भांति परिचित हैं। आपके नामांकन के बाद हमने आपको ऐच्छिक पाठ्यक्रम की एक कार्यक्रम दर्शिका भेजी थी। उसमें सत्रीय कार्य से संबंधित जो भाग है, उसे कृपया दुबारा पढ़ लें। जैसा कि आप जानते हैं निरंतर मूल्यांकन के लिए 30% अंक निर्धारित किए गए हैं। इसके लिए आपको एक **सत्रीय कार्य** करना होगा। यह सत्रीय कार्य इस पुस्तिका में शामिल है।

सत्रीय कार्य से संबंधित निर्देश

इससे पहले कि आप किसी प्रश्न का उत्तर लिखें, निम्नलिखित निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।

1) अपनी उत्तर पुस्तिका के पहले पृष्ठ पर सबसे ऊपर निम्नलिखित प्रारूप के आधार पर विवरण लिखें।

नामांकन संख्या : ………………………….

नाम : ………………………….

पता : ………………………….

………………………….

………………………….

पाठ्यक्रम संख्या : ……………………………

पाठ्यक्रम शीर्षक : ……………………………

सत्रीय कार्य संख्या : ……………………………

अध्ययन केंद्र : …………………………… दिनांक : ……………………….........

कार्य के सही और शीघ्र मूल्यांकन के लिए दिये गए प्रारूप का सही अनुसरण करें।

2) अपना उत्तर लिखने के लिए फुलस्कैप कागज़ का इस्तेमाल करें, जो बहुत पतला न हो।

3) प्रत्येक कागज़ पर बायें, ऊपर और नीचे 4 से.मी. जगह छोड़ें।

4) आपके उत्तर स्पष्ट होने चाहिए।

5) प्रश्नों के हल लिखते समय, स्पष्ट संकेतों द्वारा बताएं कि किस प्रश्न का कौन सा भाग हल किया जा रहा है।

6) यह सत्रीय कार्य 31 दिसम्बर, 2026 तक वैध है। यदि आप इस सत्रीय कार्य में फ़ेल हो जाते हैं या इसे 31 दिसम्बर, 2026 तक जमा करने में असफ़ल रहते हैं, तो आप जनवरी, 2027 सत्र का सत्रीय कार्य प्राप्त करें और उसे उस सत्रीय कार्य में दिए गए आदेशों के अनुसार जमा करें।

7) परीक्षा फ़ार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य करना ज़रूरी है।

अपनी उत्तर पुस्तिका की एक प्रति अपने पास अवश्य रखें।

शुभकामनाओं के साथ।

सत्रीय कार्य

पाठ्यक्रम कोड: बी.एम.टी.ई.-144
सत्रीय कार्य कोड : बी.एम.टी.ई.-144/टी एम ए/2026
अधिकतम अंक: 100

1. बताइए कि निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य। अपने उत्तर की पुस्टि के लिए एक लघु उपपत्ति या प्रत्युदाहरण दीजिए। (10)

   क) समीकरण $x^3 - 4x - 16 = 0$ का अंतराल $[3,5]$ में कोई मूल नहीं है।

   ख) $\Delta E = E\Delta$, जहाँ E स्थानांतरी संकारक और Δ अग्रांतर संकारक हैं।

   ग) प्रत्येक 3×3 रैखिक समीकरण निकाय LU वियोजन विधि से हल किया जा सकता है।

   घ) आंकड़ों $(2,4),(1,5),(3,6)$ के लिए न्यूटन विभाजित अंतर $f[x_0, x_1, x_2]$ का मान $\frac{3}{2}$ है।

   ङ) न्यूटन–रैफ्सन विधि से किसी धन वास्तविक संख्या का घनमूल ज्ञात नहीं किया जा सकता है।

2. क) निम्नलिखित तालिका में लुप्त मान ज्ञात कीजिए : (5)

x	0	1	2	3	4	5
y	0	2	–	18	–	90

   ख) आदि मान समस्या $\frac{dy}{dx} = xy,\ y(1) = 2$ जहां $h = 0.2$ के लिए चिरप्रतिष्ठित चतुर्थ कोटि रूंगे–कुट्टा विधि द्वारा $y(1.2)$ का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए। (5)

3. क) न्यूटन–रैफ्सन विधि द्वारा समीकरण $2x^3 = 3x + 6$ का सन्निकट मूल ज्ञात कीजिए। $x_0 = 2$ लेकर केवल 3 पुनरावृत्तियाँ कीजिए। (3)

   ख) द्विघाती समीकरण $x^2 + ax + b = 0$ के मूल α और β दिए गए हैं। दिखाइए कि पुनरावृत्ति

$$x_{k+1} = \frac{-(ax_k + b)}{x_k}$$

   $x = \alpha$ के समीप अभिसरित होगी जब $|\alpha| > |\beta|$ के मान ज्ञात कीजिए। (4)

   ग) यदि $\delta^2 f(x_0) = C_1 h^2 f''(x_0) + C_2 h^4 f^{(4)}(x_0) + \cdots$, तो C_1 और C_2. (3)

4. क) समीकरण निकाय

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & 2 \\ 5 & 4 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

   को हल करने के लिए गाउस–सीडल विधि का प्रयोग किया गया। विधि की अभिसरण दर ज्ञात कीजिए। (5)

   ख) निम्नलिखित आँकड़ों के लिए न्यूटन के विभाजित अंतर सूत्र द्वारा अंतर्वेशन बहुपद ज्ञात कीजिए : (3)

x	0	1	2	4
y	1	1	2	5

ग) सांश्लेषिक विभाजन विधि का प्रयोग करके यह दर्शाइए कि 2, समीकरण $p(x) = x^4 - 2x^3 + x^2 - x - 2 = 0.$ का एक सरल मूल है। (2)

5. क) सरलतम रूप में एक ऐसा अंतर्वेशन बहुपद प्राप्त कीजिए जो निम्नलिखित आँकड़ों को आसंजित करता हो :

x	−1	0	1	2
f(x)	3	−4	5	−6

. (3)

ख) सिद्ध कीजिए कि $\mu^2 = 1 + \frac{\delta^2}{4}$. (2)

ग) समीकरण $f(x) = 0$ का साधारण मूल ज्ञात करने के लिए पुनरावृत्ति विधि

$$x_{n+1} = \frac{x_{n-1} f(x_n) - x_n f(x_{n-1})}{f(x_n) - f(x_{n-1})}$$

की अभिसरण कोटि निर्धारित कीजिए। (5)

6. क) घात विधि द्वारा निम्नलिखित आव्यूह का परिमाण में अधिकतम आइगेनमान व संगत आइगेनसदिश ज्ञात कीजिए :

$\begin{pmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ प्रारम्भिक सन्निकटन $(1, 0, o)^T$ लेकर 4 पुनरावृत्तियाँ कीजिए। (5)

ख) विधि

$$x_{n+1} = \frac{1}{9}\left[5x_n + \frac{5N}{x_n^2} - \frac{N^2}{x_n^5}\right], \; n = 0, 1, 2, \ldots$$

जहाँ N एक धन अचर है, $N^{1/3}$ की ओर अभिसरित होती है। विधि की अभिसरण दर ज्ञात कीजिए। (5)

7. क) $h = 0.5$ और $h = 0.25.$ लेकर समलंबी नियम द्वारा $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2}\, dx$ का मूल्यांकन कीजिए। रॉम्बर्ग विधि द्वारा π का सर्वोत्तम मान ज्ञात कीजिए। (5)

ख) गर्शगोरिन परिबंधों का प्रयोग करके आव्यूह

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & -2 \end{bmatrix}$$

के आइगेनमान आकलित कीजिए। (5)

8. क) ऑयलर विधि से आदि मान समस्या को हल कीजिए

$$y' = \frac{1}{x^2 - 3y}, \; y(3) = 2.$$

$h = 0.1$ लेते हुए $y(3.1)$ ज्ञात कीजिए। (2)

ख) निम्नलिखित समीकरण निकाय को हल करने के लिए गाउस–सीडल पुनरावृत्ति विधि को आव्यूह रूप में स्थापित कीजिए :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & -1 \\ 3 & 5 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

दिखाइए कि पुरावृत्ति विधि अभिसरित होती है और अतः इसकी अभिसरण दर ज्ञात कीजिए। (5)

ग) रैखिक अंतर्वेशन में त्रुटि लिखिए। इस तरह, दिखाइए कि त्रुटि

$$|\text{error}| \le \frac{h^2}{8} \max |f''(x)|$$

जहाँ $h = x_1 - x_0,\ x \in [x_0, x_1]$. (3)

9\. क) निम्नलिखित आँकड़ों के लिए, गाउस पश्चांतर विधि का प्रयोग करके $f(x)$ को अंतर्वेशी करने वाला बहुपद प्राप्त कीजिए :

x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
f(x)	1.40	1.56	1.76	2.00	2.28

अतः, $f(0.45)$ का मान ज्ञात कीजिए। (5)

ख) विश्रामावस्था से आरंभ कर रही एक गाड़ी का वेग पहले घंटे के लिए निम्नलिखित तालिका में दिया गया है। सिम्प्सन का $\frac{1}{3}$ नियम लागू करके, इस घंटे में गाड़ी द्वारा तय की गई दूरी ज्ञात कीजिए :

t = समय मिनट में	10	20	30	40	50	60
v = वेग किमी/घंटे में	80	60	70	75	70	80

(5)

10\. क) गाउस–जॉर्डन विधि से आव्यूह $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए। (4)

ख) सांश्लेषिक विभाजन विधि से बहुपद

$$x^5 - 6x^4 + 8x^3 + 8x^2 + 4x - 40$$

को $(x-3)$ से विभाजित कीजिए और अवशेष ज्ञात कीजिए। (2)

ग) घात ≤ 3 वाला वह अद्वितीय बहुपद $f(x)$ निर्धारित कीजिए जिसके लिए $f(x_0) = 1,\ f'(x_0) = 2,$ $f(x_1) = 2,\ f'(x_1) = 3,$ जहाँ $x_1 - x_0 = h.$ (4)