

सत्रीय कार्य पुस्तिका

स्नातक उपाधि कार्यक्रम

वैश्लेषिक ज्यामिति

(01 जनवरी, 2026 से 31 दिसम्बर, 2026 तक वैध)



विज्ञान विद्यापीठ
इंदिरा गांधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय
मैदान गढ़ी, नई दिल्ली-110068
(जनवरी, 2026 सत्र के लिए)

प्रिय छात्र,

हम उम्मीद करते हैं कि स्नातक उपाधि कार्यक्रम में अपनायी गयी मूल्यांकन पद्धति से आप भली-भांति परिचित हैं। आपके नामांकन के बाद हमने आपको ऐच्छिक पाठ्यक्रम की एक कार्यक्रम दर्शिका भेजी थी। उसमें सत्रीय कार्य से संबंधित जो भाग हैं उसे कृपया दुबारा पढ़ लें। जैसा कि आप जानते हैं निरन्तर मूल्यांकन के लिए 30% अंक निर्धारित किये गये हैं। इसके लिए आपको एक सत्रीय कार्य करना होगा। यह सत्रीय कार्य इस पुस्तिका में शामिल है।

सत्रीय कार्य से संबंधित निर्देश

इससे पहले कि आप किसी प्रश्न का उत्तर लिखें, निम्नलिखित निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।

- 1) अपनी उत्तर पुस्तिका के पहले पृष्ठ पर सबसे ऊपर निम्नलिखित प्रारूप के आधार पर विवरण लिखें।

अनुक्रमांक संख्या :.....
नाम :.....
पता :.....
.....
.....

पाठ्यक्रम कोड :
पाठ्यक्रम शीर्षक :
सत्रीय कार्य संख्या :
अध्ययन केंद्र : दिनांक :.....

कार्य के सही और शीघ्र मूल्यांकन के लिए दिये गये प्रारूप का सही अनुसरण करें।

- 2) अपना उत्तर लिखने के लिए फुलस्कैप कागज़ का इस्तेमाल करें जो ज़्यादा पतला न हो।
- 3) प्रत्येक कागज़ पर बायें, ऊपर और नीचे 4 सेमी. की जगह छोड़ें।
- 4) आपके उत्तर सुस्पष्ट होने चाहिए।
- 5) प्रश्नों के हल लिखते समय, स्पष्ट संकेतों द्वारा बताएं कि किस प्रश्न का कौन सा भाग हल किया जा रहा है।
- 6) यह सत्रीय कार्य 31 दिसम्बर, 2026 तक वैध है। यदि आप इस सत्रीय कार्य में फेल हो जाते हैं या इसे 31 दिसम्बर, 2026 तक जमा करने में असफल रहते हैं तो आप 2027 सत्र का सत्रीय कार्य प्राप्त करें और उसे उस सत्रीय कार्य में दिए गए आदेशों के अनुसार जमा करें।
- 7) परीक्षा फार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य करना अनिवार्य है।
अपनी उत्तर पुस्तिकाओं की फ़ोटोकॉपी ज़रूर रखिए।
शुभकामनाओं के साथ।

सत्रीय कार्य

(पाठ्य समग्री पढ़ने के बाद ही इसे हल करें।)

पाठ्यक्रम कोड: एम.टी.ई.-05

सत्रीय कार्य कोड: एम.टी.ई.-05/टी.एम.ए./2026

अधिकतम अंक: 100

1. जाँच कीजिए कि निम्नलिखित कथन सत्य हैं अथवा असत्य। अपने उत्तर की लघु-व्याख्या या प्रति-उदाहरण द्वारा पुष्टि कीजिए। (2 × 10 = 20)
- (i) मूलबिंदु से जाने वाली रेखा गोले $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ को ठीक दो बिंदुओं पर काटती है।
- (ii) z-अक्ष पर अंतःखण्ड 1 बनाने वाला तथा xy-तल के समांतर समतल शंकु $x^2 + y^2 = z^2 \tan^2 \theta$ को एक वृत्त में प्रतिच्छेद करता है।
- (iii) ऐसी कोई रेखा नहीं होती जिसकी दिक्कोज्याएं $\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{6}}$ हों।
- (iv) दीर्घवृत्तज के किसी अक्ष के सिरो पर स्पर्श तल परस्पर लम्ब होते हैं।
- (v) किसी समतल द्वारा दीर्घवृत्तीय परवलजय का परिच्छेद हमेशा दीर्घवृत्त होता है।
- (vi) वक्र $xy^2 + yx^2 = 0$ मूलबिंदु के सापेक्ष सममित है।
- (vii) ऐसी रेखा जो रेखाओं $x = y = \frac{z}{2}$ और $x = y = -z$ पर लम्ब है, अद्वितीय है।
- (viii) समतल $3x + 4y + 2z = 1$ शॉकवज $3x^2 + 2y^2 = z^2 = 1$ को स्पर्श करता है।
- (ix) xy- तल गोले $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - z = 2$ को एक वृहत् वृत्त में प्रतिच्छेद करता है।
- (x) अनपभ्रष्ट शॉकव अकेंद्रीय होते हैं।
2. (a) शॉकव $x^2 + xy + 2y^2 - 2x - 5 = 0$ को पहचानिए। इसको नअनुरेखित भी कीजिए। (4)
- (b) रेखा $\frac{x}{4} = y = z - 1$ और समतल $2x + y + z = 5$ का प्रतिच्छेद बिंदु ज्ञात कीजिए। इनके बीच का कोण भी ज्ञात कीजिए। (4)
- (c) शॉकवज $2x^2 + 3y^2 + 5z^2 - xy + z = 1$ का नया समीकरण ज्ञात कीजिए जबकि निर्देशांक तंत्र को वही मूलबिंदु वाले और पुराने तंत्र के सापेक्ष $2, 1, 0; -1, 2, 5; 1, -2, 1$ के दिक्-अनुपात वाले नये तंत्र में परिवर्तित कर दिया जाए। (3)
- (d) उस गोले के केंद्र द्वारा अनुरेखित पथ ज्ञात कीजिए जो रेखाओं $\frac{x}{y} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{2}$ और $2x = y, y - z = 0$ को स्पर्श करता है। (4)
3. (a) शंकु $x^2 + z^2 - 2yz + 4zx = 0$ का व्युत्क्रम शंकु ज्ञात कीजिए। (3)
- (b) आधार वक्र $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4z + 1 = 0, 2x + y + z = 2$ वाले बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए। (3)

- (c) α के किन मानों के लिए शॉकवज $x^2 + y^2 + az^2 + 2yz + xy + x + 2y + z + 3 = 0$ का एक अद्वितीय केंद्र होगा? अपने उत्तर का कारण दीजिए। (3)
- (d) रेखाओं $x = 1, z - y = 0$ और $2x - y = -1, z = 1$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए। (3)
- (e) उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो समतलों $2x + y - 2z = 6$ और $2x + 3y + 6z = 5$ की प्रतिच्छेद रेखा से गुजरता है और इन समतलों के साथ समान कोण बनाता है। (3)
4. (a) उस रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो $(1, \sqrt{3})$ से गुजरती है और रेखा $x - \sqrt{3}y + \sqrt{3} = 0$ से 30° का कोण बनाती है। (3)
- (b) भाग (a) में, प्राप्त रेखा को प्रसामान्य रूप में व्यक्त करके इसकी मूलबिंदु से दूरी ज्ञात कीजिए। इस रेखा द्वारा निर्देशांक अक्षों पर बने अंतःखण्ड भी ज्ञात कीजिए। (3)
- (c) रेखा $\frac{x-1}{2} = \frac{-(y+1)}{1} = \frac{z-3}{4}$ से गुजरने वाले तथा समतल $x + 2y + z = 4$ के लम्ब समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए। (3)
- (d) अतिपरवलय $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{4} = 1$ के शीर्ष, उत्केंद्रता, नाभियाँ और अनंतस्पर्शी ज्ञात कीजिए। इसको अनुरेखित भी कीजिए। λ पर किन प्रतिबंधों के अधीन रेखा $x - \lambda y + 2 = 0$ इस अतिपरवलय को स्पर्श करेगी? ज्यामितीय रूप से समझाइए। (6)
5. (a) शंकवों $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ और $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{9} = 1$ के प्रतिच्छेद बिंदु ज्ञात कीजिए। (2)
- (b) मान लीजिए R वह बिंदु है जो $P(2, 1, 0)$ और $Q(-1, 3, 4)$ को मिलाने वाले रेखा-खण्ड को अनुपात 1:2 में इस प्रकार विभाजित करता है कि $PR < PQ$ है। R से गुजरने वाले तथा रेखा $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{3}$ के समांतर रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए। (3)
- (c) α पर किन प्रतिबंधों के अधीन, गोले $x^2 + y^2 + z^2 + ax - y = 0$ और $x^2 + y^2 + z^2 + x + 2z + 1 = 0$ एक दूसरे को 45° के कोण पर प्रतिच्छेद करते हैं? (3)
- (d) वृत्त $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2y + 4z = 3, 2x - y - z = 3$ के केंद्र और त्रिज्या ज्ञात कीजिए। (2)
6. (a) दिखाइए कि जिन दो रेखाओं में समतल $x - y + 2z = 0$ शंकु $x^2 + y^2 - 4z^2 + 6yz = 0$ को प्रतिच्छेदित करता है, उनके बीच का कोण $\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{6}}{7}\right)$ है। (4)
- (b) प्रक्षेप का प्रयोग करके दिखाइए कि $(-1, 8, 8)$ और $(6, 2, 0)$ से गुजरने वाली रेखा, $(4, 2, 3)$ और $(2, 1, 2)$ से गुजरने वाली रेखा पर लम्ब है। (2)
- (c) मूलबिंदु को किस बिंदु पर स्थानांतरित किया जाए कि शॉकवज $x^2 + 2y^2 - z^2 - 2yz + 2xz + x - 3y + z + 4 = 0$ का एक घात वाला भाग समाप्त हो जाए। (4)

7. (a) शाँकवज $9x^2 - 16y^2 - 36z^2 - 36x - 72z = 144$ का नया समीकरण ज्ञात कीजिए जब निर्देशांक तंत्र को वही दिक्-अनुपातों वाले तथा मूलबिंदु $(-2, 0, 1)$ वाले तंत्र में परिवर्तित कर दिया जाए। (4)
- (b) शाँकवज $184x^2 - 236xy + 88xz + 169y^2 - 14yz + 88z^2 = 324$ का नया समीकरण ज्ञात कीजिए जब निर्देशांक तंत्र xyz को निम्नलिखित सारणी में दिए गए रूपांतरणों के अधीन दूसरे निर्देशांक तंत्र $x'y'z'$ में परिवर्तित कर दिया जाए :

	x	y	z
x'	$\frac{2}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
y'	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$
z'	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

- यह नया समीकरण निर्देशांक तंत्र $x'y'z'$ में किस आकृति को निरूपित करता है? क्या पुराना समीकरण भी इसी आकृति को निरूपित करता है? अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए। (6)
- (c) $x^2 + 2z^2 = 4y$ द्वारा निरूपित शाँकवज को अनुरेखित कीजिए। इस शाँकवज के समतलों $x + 2 = 0$ और $y = 1$ द्वारा क्या परिच्छेद बनते हैं? इनको ज्यामिति में दर्शाइए। (5)