MTE-01

सत्रीय कार्य पुस्तिका

एम.टी.ई. – 01

कलन

(01 जनवरी, 2026 से 31 दिसंबर, 2026 तक वैध)

परीक्षा फ़ार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य जमा करना ज़रूरी है।

इग्नू जन-जन का विश्वविद्यालय
विज्ञान विद्यापीठ
इन्दिरा गांधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय
मैदान गढ़ी, नई दिल्ली – 110 068

(2026)

प्रिय विद्यार्थी,

हम उम्मीद करते हैं कि स्नातक उपाधि कार्यक्रम में अपनाई गयी मूल्यांकन पद्धति से आप भली-भांति परिचित हैं। आपके नामांकन के बाद हमने आपको ऐच्छिक पाठ्यक्रम की एक कार्यक्रम दर्शिका भेजी थी। उसमें सत्रीय कार्य से संबंधित जो भाग है, उसे कृपया दुबारा पढ़ लें। जैसा कि आप जानते हैं निरंतर मूल्यांकन के लिए 30% अंक निर्धारित किए गए हैं। इसके लिए आपको एक **सत्रीय कार्य** करना होगा। यह सत्रीय कार्य इस पुस्तिका में शामिल है।

सत्रीय कार्य से संबंधित निर्देश

इससे पहले कि आप किसी प्रश्न का उत्तर लिखें, निम्नलिखित निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।

1) अपनी उत्तर पुस्तिका के पहले पृष्ठ पर सबसे ऊपर निम्नलिखित प्रारूप के आधार पर विवरण लिखें।

नामांकन संख्या : ……………………………..

नाम : ……………………………..

पता : ……………………………..

……………………………..

……………………………..

पाठ्यक्रम संख्या : ……………………………..

पाठ्यक्रम शीर्षक : ……………………………..

सत्रीय कार्य संख्या : ……………………………..

अध्ययन केंद्र : …………………………….. दिनांक : ………………………..........

कार्य के सही और शीघ्र मूल्यांकन के लिए दिये गए प्रारूप का सही अनुसरण करें।

2) अपना उत्तर लिखने के लिए फुलस्कैप कागज़ का इस्तेमाल करें, जो बहुत पतला न हो।

3) प्रत्येक कागज़ पर बायें, ऊपर और नीचे 4 से.मी. जगह छोड़ें।

4) आपके उत्तर स्पष्ट होने चाहिए।

5) प्रश्नों के हल लिखते समय, स्पष्ट संकेतों द्वारा बताएं कि किस प्रश्न का कौन सा भाग हल किया जा रहा है।

6) यह सत्रीय कार्य 31 दिसम्बर, 2026 तक वैध है। यदि आप इस सत्रीय कार्य में फ़ेल हो जाते हैं या इसे 31 दिसम्बर, 2026 तक जमा करने में असफ़ल रहते हैं, तो आप जनवरी, 2027 सत्र का सत्रीय कार्य प्राप्त करें और उसे उस सत्रीय कार्य में दिए गए आदेशों के अनुसार जमा करें।

7) परीक्षा फ़ार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य करना ज़रूरी है।

अपनी उत्तर पुस्तिका की एक प्रति अपने पास अवश्य रखें।

शुभकामनाओं के साथ।

सत्रीय कार्य
(सभी ब्लॉकों का अध्ययन करने के बाद किया जाना है)

पाठ्यक्रम कोड: MTE-01
सत्रीय कार्य कोड : MTE-01/TMA/2026
अधिकतम अंक: 100

1. निम्नलिखित कथनों में से कौन-से कथन सत्य और कौन-से असत्य हैं? अपने उत्तर के पक्ष में एक संक्षिप्त उपपत्ति या प्रति-उदाहरण दीजिए। (10)

   a) समुच्चय $S \in \mathbf{R} : x^2 - 3x + 2 = 0\}$ एक अपरिमित समुच्चय है।

   b) अधिकतम पूर्णांक फलन, $\mathbf{R}$ पर सतत् होता है।

   c) $\frac{d}{dx}\left[\int_3^{e^x} \ln t \, dt\right] = xe^x - \ln 3.$

   d) प्रत्येक समाकलनीय फलन एकदिष्ट होता है।

   e) $a \oplus b = \sqrt{a+b}$ परिमेय संख्याओं के समुच्चय $\mathbf{Q}$, पर एक द्विआधारी संक्रिया है।

2. a) $f(x) = \sqrt{\frac{2-x}{x^2+1}}$. द्वारा परिभाषित फलन f का प्रांत ज्ञात कीजिए। (5)

   b) वास्तविक संख्याओं का समुच्चय $\mathbf{R}$ और उस पर सामान्य जोड़ (+) तथा सामान्य गुणनफल (.) दिए गये हैं। (*), $\mathbf{R}$ पर निम्नलिखित से परिभाषित है :

   $$a * b = \frac{a+b}{2}, \forall a, b \in \mathbf{R}.$$

   क्या (*), $\mathbf{R}$ सहयोगी है? क्या (.), $\mathbf{R}$ में (*) पर वितरित है? जाँच कीजिए। (5)

3. a) यदि $|z - 1 + 2i| = 4$ है, तो दर्शाइए कि बिन्दु $z + i$ एक वृत्त निरूपित करता है। इस वृत्त को खींचिए। (5)

   b) $\frac{x-1}{x^3 - x^2 - 2x}$ को आंशिक भिन्नों के योग में व्यक्त कीजिए। (5)

4. a) $a^2 \sec^2 x + b^2 \operatorname{cosec}^2 x$, जहाँ $a > 0, b > 0$ हैं, का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए। (5)

   b) $\int \frac{x^2 \cot^{-1}(x^3)}{1+x^6} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। (3)

   c) दो समुच्चयों S और T के लिए दर्शाइए कि:

   $$S \cup T = (S - T) \cup (S \cap T) \cup (T - S).$$

   है। वेन आरेख में भी स्थिति दर्शाइए। (2)

5. a) **R** पर $f(x)=x^3-x^2-8x+12$ और (5)

$$\text{और } g(x)=\begin{cases}\dfrac{f(x)}{x+3}, & \text{जब } x\neq -3\\ \alpha \ , & \text{जब } x=-3\end{cases}$$

द्वारा परिभाषित दो फलन f और g लीजिए।

i) α का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए f , $x=-3$ पर सतत् है।

ii) $f(x)=0$ के सभी मूल ज्ञात कीजिए।

b) वक्र $y^2(4-x)=x^3$ और इसकी y-अक्ष के समांतर अनंतस्पर्शी के बीच का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (5)

6. a) यदि एक आय फलन $\dfrac{dR}{dx}=15+2x-x^2$ द्वारा दिया गया है, जहाँ x निवेश है, तो अधिकतम आय ज्ञात कीजिए। यदि प्रारम्भिक आय 0 है, तो आय फलन R भी ज्ञात कीजिए। (5)

b) वक्र $y^2(x+1)=x^2(3-x)$ का आरेखण कीजिए और ऐसा करने के लिए प्रयोग किए गये गुणधर्म भी लिखिए। (5)

7. a) चक्रज $x=\alpha(\theta-\sin\theta), y=\alpha(1-\cos\theta)$ की लम्बाई ज्ञात कीजिए और दर्शाइए कि रेखा $\theta=\dfrac{2\pi}{3}$ इसे 1 : 3 के अनुपात में विभक्त करती है। (5)

b) वह प्रतिबंध ज्ञात कीजिए कि वक्र $ax^2+by^2=1$ और $a'x^2+b'y^2=1$ एक-दूसरे को लम्बवत् प्रतिच्छेद करते हैं। (5)

8. a) यदि $y=e^{m\sin^{-1}x}$ है, तो दर्शाइए कि $(1-x^2)y_2-xy_1-m^2y=0$ है। इस प्रकार लाइब्नित्ज के सूत्र का प्रयोग करके $(1-x^2)y_{n+2}-(2n+1)xy_{n+1}$ का मान निकालिए। (6)

b) $f(x)=\begin{cases}2x & , x>5\\ x+5, & 1\le x\le 5\\ |x| & , x<1\end{cases}$ द्वारा परिभाषित **R** फलन $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ के जिस भी सबसे बड़े समुच्चय पर सतत् है वह निकालिए। (4)

9. a) समीकरण $x^4+15x^3+70x^2+120x+64=0$ हल कीजिए, जिसके सभी मूल G.P. में हैं (5)

b) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan x-\sin x}{x^3}$ ज्ञात कीजिए। (5)

10. a) यदि $I_{m,n}=\int x^3(\log x)^n dx,$ है, तो दर्शाइए कि :

$$(m+1)I_{m,n}=x^{m+1}(\log x)^n-n\,I_m,n-1.$$

है। इस प्रकार $\int x^4 (\log x)^3 dx.$ ज्ञात कीजिए। (6)

b) $f(x) = 2x^2 - 7x - 10$ द्वारा परिभाषित फलन f के लिए अंतराल [2, 5] पर लैग्रांज माध्यमान प्रमेय सत्यापित कीजिए। (4)