MTE-13

सत्रीय कार्य पुस्तिका

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी.एस.सी.)

विवित गणित

(1 जनवरी, 2026 से 31 दिसंबर, 2026 तक वैध)

सत्रांत परीक्षा फार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य जमा करना अनिवार्य है।

किसी पाठ्यक्रम में पंजीकरण कराए बिना आप उसकी सत्रांत परीक्षा में नहीं बैठ सकते। अगर आप ऐसा करते हैं तो उस पाठयक्रम का परीक्षाफल रोक दिया जाएगा।

केवल बी.एस.सी छात्रों के लिए

- बी.एस.सी कार्यक्रम में एच्छिक पाठयक्रम चार विषयों – रसायन विज्ञान, भौतिकी, गणित और जीव विज्ञान – में उपलब्ध हैं। एच्छिक पाठयक्रमों के कुल क्रेडिट (56 से 64), **कम से कम दो** और **अधिकतम चार** विषयों में से हो सकते हैं।
- आपके द्वारा चुने गए किसी भी विषय में आपको **कम से कम 8 क्रेडिट** के एच्छिक पाठ्यक्रम लेने होंगे। किसी भी विषय में आप **अधिक से अधिक 48 क्रेडिट** के एच्छिक पाठयक्रम ले सकते हैं।
- आप भौतिकी, रसायन तथा जीव विज्ञान के एच्छिक पाठयक्रमों के जितने कुल क्रेडिट लेते हैं, उनमे से **कम से कम 25 प्रतिशत प्रयोगशाला पाठयक्रमों** के होने चाहिए। उदाहाण के लिए, यदि आप इन तीन विषयो में कुल 64 क्रेडिट के पाठयक्रम लेते हैं, तो इनमें से कम से कम 16 क्रेडिट प्रयोगशाला पाठयक्रमों के होने चाहिए।

इग्नू जन-जन का विश्वविद्यालय

विज्ञान विद्यापीठ
इंदिरा गांधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय
मैदान गढ़ी, नई दिल्ली—110068
2026

प्रिय विद्यार्थी,

हम उम्मीद करते हैं कि स्नातक उपाधि कार्यक्रम में अपनाई गई मूल्यांकन पद्धति से आप भली-भांति परिचित हैं। आपके नामांकन के बाद हमने आपको ऐच्छिक पाठ्यक्रम की एक कार्यक्रम दर्शिका भेजी थी। उसमें सत्रीय कार्य से संबंधित जो भाग हैं उन्हें कृपया दुबारा पढ़ लें। जैसा कि आप जानते हैं निरन्तर मूल्यांकन के लिए 30% अंक निर्धारित किये गये हैं। इसके लिए आपको एक सत्रीय कार्य करना होगा। यह सत्रीय कार्य इस पुस्तिका में शामिल है।

सत्रीय कार्य से संबंधित निर्देश

इससे पहले कि आप किसी प्रशन का उत्तर लिखें, निम्नलिखित निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।

1) अपनी उत्तर पुस्तिका के पहले पृष्ठ पर सबसे ऊपर निम्नलिखित प्रारूप के आधार पर विवरण लिखें।

नामांकन संख्या : ....

नाम : ....

पता : ....

....

....

पाठ्यक्रम संख्या : ....

पाठ्यक्रम शीर्षक : ....

सत्रीय कार्य संख्या : ....

अध्ययन केंद्र : .... दिनांक : ....

कार्य के सही और शीघ्र मूल्यांकन के लिए दिये गये प्रारूप का सही अनुसरण करें।

2) अपना उत्तर लिखने के लिए फुलस्कैप काग़ज़ का इस्तेमाल करें, जो ज़्यादा पतला न हो।

3) प्रत्येक काग़ज़ पर बॉयें, ऊपर और नीचे 4 से.मी. की जगह छोड़ें।

4) आपके उत्तर स्पष्ट होने चाहिए।

5) प्रशनों के हल लिखते समय, स्पष्ट संकेतों द्वारा बताएं कि किस प्रशन का कौनसा भाग हल किया जा रहा है।

6) यह सत्रीय कार्य दिसम्बर, 2026 तक वैध हैं। यदि आप इस सत्रीय कार्य में फेल हो जाते हैं या इसे दिसम्बर, 2026 तक जमा करने में असफल रहते हैं तो आप 2027 सत्र का सत्रीय कार्य प्राप्त करें और उसे उस सत्रीय कार्य में दिए गए आदेशों के अनुसार जमा करें।

7) परीक्षा फार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य करना अनिवार्य है।

8) अपनी उत्तर पुस्तिका की एक प्रति अपने पास अवशय रखें।

शुभकामनाओं के साथ।

सत्रीय कार्य

पाठ्यक्रम कोड : **MTE-13**
सत्रीय कार्य कोड : **MTE-13/TMA/2026**
अधिकतम अंक : **100**

1. जाँच कीजिए कि निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य्। अपने उत्तरों की पुष्टि एक लघु उपपन्ति या प्रतिउदाहरण देकर कीजिए। (20)

   i) यदि किसी कथन का प्रतिस्थितक सत्य है, तो वह कथन स्वयं भी सत्य होगा।

   ii) $a_n + 3a_{n-1} + 2a_{n-2} = 2^n$ एक रैखिक समघात पुनरावृन्ति संबंध है।

   iii) पुनरावृन्ति संबंध $a_n - 2\,a_{n-1} + a_{n-2} = 1$ के एक विशेष हल का रूप $C\,n^2$ है।

   iv) चरों x_1, x_2 और x_3 में एक ऐसा बूलीय व्यंजक है जिसका CNF $(x_1 \vee x_2) \wedge (x_2 \vee x_3) \wedge (x_3 \vee x_1)$ है।

   v) यदि एक पासे को तीन बार फेंका जाता है तो प्रत्येक बार 6 प्राप्त होने की प्रायिकता $\frac{1}{72}$ है।

   vi) प्रत्येक विषम चक्र की वर्णिक संख्या और कोर वर्णिक संख्या समान होती हैं।

   vii) प्रत्येक ऑयलरीय ग्राफ हैमिल्टोनीय है।

   viii) S_4^3 उन तरीकों की संख्या को दर्शाता है जिनमें किन्हीं 3 वस्तुओं को 4 संदूकों में रखा जाना है।

   ix) 5 या अधिक शीर्षो पर एक स्वपूरक समतलीय ग्राफ का अस्तित्व है।

   x) 6 के विभाजनों की संख्या 10 है।

2. क) बूलीय व्यंजक $((x_1 \wedge x_2)' \vee x_3)' \wedge x_2$ का तर्क परिपथ बनाइए। (2)

   ख) निम्नलिखित कथनों को प्रतीकात्मक रूप में लिखिए: (3)

   i) बगीचे में एक नीली आँखों वाला आदमी है।

   ii) बगीचे में नीली आँखों वाले प्रत्येक आदमी ने एक लाल टोपी पहनी हुई है।

   iii) यदि किसी आदमी ने कोई भी टोपी नहीं पहनी है, तो उसकी आँखें काली हैं।

   ग) जनक फलनों के प्रयोग से $S_n = 1 + 2 + 3 + \ldots + n$ ज्ञात कीजिए। (5)

3. क) शब्द “COMBINATORICS” के अक्षरों को व्यवस्थित करने के लगभग 77 करोड़ तरीके हैं। इन तरीकों की ठीक-ठीक संख्या ज्ञात कीजिए। (2)

ख) पुनरावृन्ति संबंध

$$(n+1)\,a_n - n\,a_{n-1} = \frac{n}{2}, \quad a_0 = 10,\ n \ge 1$$

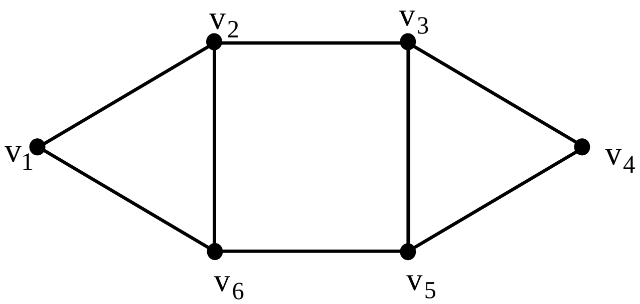
को हल कीजिए। (4)

ग) समुच्चय $\{a,b,c,d\}$ से $\{1,2,3,4\}$ पर सभी आच्छादक फलनों की सूची बनाइए। समुच्चय $\{a,b,c,d\}$ से $\{1,2,3,4,5\}$ पर कितने आच्छादक फलन हैं? (4)

घ) किन्हीं कथनों p, q और r के लिए, सिद्ध कीजिए:

$$(p \to q) \wedge (\sim q \to r) \wedge r \wedge \sim q \Rightarrow \sim p.$$ (5)

4\. क) नीचे दिए ग्राफ के तीन अतुल्याकारी प्रेरित उपग्राफ बनाइए, जिनमें प्रत्येक के शीर्षों की संख्या समान हो। अपने चयन की पुष्टि कीजिए। (4)



ख) क्या पिटर्सन ग्राफ का पूरक समतलीय है? अपने उन्तर की पुष्टि कीजिए। (3)

ग) एक ग्राफ के उपविभाजन से आप क्या समझते हैं? क्या एक हैमिल्टोनीय ग्राफ का प्रत्येक उपविभाजन हैमिल्टोनीय होता है? पुष्टि कीजिए। (3)

5\. क) MTE-13 की जून, 2021 संतांत्र परीक्षा में निम्नलिखित कथन की एक प्रत्यक्ष और एक परोक्ष उपपन्ति देने के लिए कहा गया था।

"यदि $a, b \in Z$ इस प्रकार हैं कि a सम है और $a+b$ भी सम है, तो b भी एक सम संख्या होगी।"

एक छात्र ने परोक्ष उपपन्ति इस प्रकार दी:

"मान लीजिए b बराबर $m+1$ है, जोकि एक विषम संख्या है। हम पहले से ही जानते हैं कि a और $a+b$ सम संख्याऐं हैं। यदि हम $a+b$ में $b = m+1$ रख दें तो यह $a+m+1$ हो जाती है, जो कि विषम संख्या है। इससे दिए गए कथन का विरोध उत्पन होता है। इसलिए, b एक सम संख्या है।"

उपरोक्त उपपन्ति में क्या गलत है? साथ ही, एक सही प्रत्यक्ष एवं एक परोक्ष उपपन्ति दीजिए। (5)

ख) संख्या 7 के सभी विभाजनों को लिखिए और उनकी गणना कीजिए। अपने उन्तर की जाँच के लिए खंड 2 की इकाई 5 के प्रमेय 5 में $n = 7$ लेकर P_n के जनक फलन का प्रयोग कीजिए। (5)

6. क) x^5 को पतती क्रमगुणितों के रूप में लिखिए, और इस प्रकार $m = 0,1,2,3,4,5$ के लिए S_5^m का मान ज्ञात कीजिए। (5)

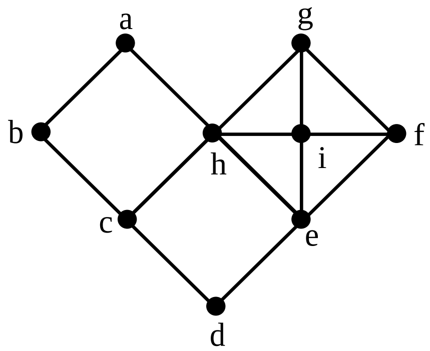
ख) यदि हमें केवल मारूति 800, टाटा सफारी या स्कोर्पियो को ही व्यवस्थित करना है तो इन माडलों की कारों को n स्थानों वाली एक पंक्ति में व्यवस्थित करने के तरीकों की संख्या a_n के लिए एक पुनरावृन्ति संबंध ज्ञात कीजिए। एक टाटा सफारी या स्कोर्पियो को दो स्थानों की जरूरत होती है जबकि एक मारूति 800 को केवल एक स्थान की जरूरत होती है। मान कर चलिए कि आपके पास प्रत्येक माडल की अनगिनत कारें और हम एक ही माडल की दो कारों में फर्क नहीं करते हैं। (4)

ग) यदि $m, n \geq 2$ के लिए, $K_{m,n}$ हैमिल्टोनीय है तो m और n किस प्रकार संबंधित हैं? अपने उन्तर कि पुष्टि कीजिए। (3)

घ) यदि 50 साइकिलों को रंगने के लिए 7 रंगों का प्रयोग किया गया है और प्रत्येक साइकिल को एक ही रंग से रंगा गया है, तो दिखाइए कि कम से कम 8 साइकिलों को एक ही रंग से रंगा गया है। (3)

7. क) एक संदूक में 6 लाल और 4 हरी गेंदें हैं। संदूक से चार गेंदें याद्वच्छया चुनी हुई गेंदें में से दो गेंदें लाल हैं और दो हरी हैं? (3)

ख) किसी ग्राफ G के लिए शीर्ष-संबद्वतांक और काट शीर्ष समुच्चय परिभाषित कीजिए। नीचे दिए गए ग्राफ के लिए शीर्ष- संबद्वतांक और काट शीर्ष समुच्चय ज्ञात कीजिए। (4)



ग) 0 से 759 तक की संख्याओं में से कितनी संख्याएं या तो 3 या 7 से विभाज्य नहीं हैं? (3)

8. क) पुनरावृन्ति संबंध

$$a_n = 2a_{n-1} + 1 \text{ यदि } n \geq 1, \text{ और } a_0 = 0$$

को जनक फलन विधि से हल कीजिए। साथ ही, अपने उन्तर से a_5 ज्ञात कीजिए। (5)

ख) क्या 7 शीर्षों पर कोई 4- नियमित ग्राफ है? अपने उन्तर की पुष्टि कीजिए। (2)

ग) नीचे दी हुई तालिका में परिभाषित फलन के लिए बूलीय व्यंजक ज्ञात कीजिए: (3)

x	y	z	$f(x,y,z)$
1	0	1	1
0	1	0	0
0	0	1	1
1	1	1	1

1	0	0	0
0	1	1	1
1	1	0	1
0	0	0	0