MTE-04

सत्रीय कार्य पुस्तिका

प्रारंभिक बीजगणित

1 जनवरी 2026 से 31 दिसंबर 2026 तक वैध

विज्ञान विद्यापीठ
इन्दिरा गांधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय
मैदान गढ़ी, नई दिल्ली – 110 068

(2026)

प्रिय विद्यार्थी,

हम उम्मीद करते हैं कि स्नातक उपाधि कार्यक्रम में अपनाई गयी मूल्यांकन पद्धति से आप भली-भांति परिचित हैं। आपके नामांकन के बाद हमने आपको ऐच्छिक पाठ्यक्रम की एक कार्यक्रम दर्शिका भेजी थी। उसमें सत्रीय कार्य से संबंधित जो भाग है, उसे कृपया दुबारा पढ़ लें। जैसा कि आप जानते हैं निरंतर मूल्यांकन के लिए 30% अंक निर्धारित किए गए हैं। इसके लिए आपको एक **सत्रीय कार्य** करना होगा। यह सत्रीय कार्य इस पुस्तिका में शामिल है।

सत्रीय कार्य से संबंधित निर्देश

इससे पहले कि आप किसी प्रश्न का उत्तर लिखें, निम्नलिखित निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।

1) अपनी उत्तर पुस्तिका के पहले पृष्ठ पर सबसे ऊपर निम्नलिखित प्रारूप के आधार पर विवरण लिखें।

नामांकन संख्या : ....

नाम : ....

पता : ....

....

....

पाठ्यक्रम संख्याः ....

पाठ्यक्रम शीर्षक : ....

सत्रीय कार्य संख्या : ....

अध्ययन केंद्र : .... दिनांक : ....

कार्य के सही और शीघ्र मूल्यांकन के लिए दिये गए प्रारूप का सही अनुसरण करें।

2) अपना उत्तर लिखने के लिए फुलस्कैप कागज़ का इस्तेमाल करें, जो बहुत पतला न हो।

3) प्रत्येक कागज़ पर बायें, ऊपर और नीचे 4 से.मी. जगह छोड़ें।

4) आपके उत्तर स्पष्ट होने चाहिए।

5) प्रश्नों के हल लिखते समय, स्पष्ट संकेतों द्वारा बताएं कि किस प्रश्न का कौन सा भाग हल किया जा रहा है।

6) यह सत्रीय कार्य 31 दिसम्बर, 2026 तक वैध है। यदि आप इस सत्रीय कार्य में फ़ेल हो जाते हैं या इसे 31 दिसम्बर, 2026 तक जमा करने में असफ़ल रहते हैं, तो आप जनवरी, 2027 सत्र का सत्रीय कार्य प्राप्त करें और उसे उस सत्रीय कार्य में दिए गए आदेशों के अनुसार जमा करें।

7) परीक्षा फ़ार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य करना ज़रूरी है।

अपनी उत्तर पुस्तिका की एक प्रति अपने पास अवश्य रखें।

शुभकामनाओं के साथ।

सत्रीय कार्य

पाठ्यक्रम कोड: MTE-04
सत्रीय कार्य कोड : MTE-04/टी एम ए/2026
अधिकतम अंक: 100

1) निम्नलिखित में से कौन–से कथन सत्य है? अपने उत्तरों की पुष्टि कीजिए। (इसका अर्थ है कि यदि आप सोचते हैं कि कोई कथन असत्य है, तो एक संक्षिप्त उपपत्ति या एक उदाहरण ऐसा दीजिए जो उसे असत्य दर्शाए। यदि यह एक सत्य कथन है तो ऐसा कहने के लिए एक संक्षिप्त उपपत्ति दीजिए। उदाहरण के लिए, यह दर्शाने के लिए कि '{1, पदमा, नीला} एक समुच्चय है' एक सत्य कथन है, आपको यह कहने की आवश्यकता है कि यह सत्य है, क्योंकि यह तीन वस्तुओं का एक सुपरिभाषित संग्रह है।) (20)

i) $x+2y+3z=2,\ 3x+2y+3z=6$ और $2x+3y=5$ में से z के निराकरण से $x+2y=2$ प्राप्त होता है।

ii) $x^3-8x-3=0$ के मूल $x=\dfrac{8\pm\sqrt{64+12}}{2}$ द्वारा दिए जाते हैं।

iii) $\left(\sqrt{2}, 1, \dfrac{3}{5}\right)\in \mathbb{Q}\times\mathbb{Z}\times\mathbb{R}$.

iv) $\mathbb{R}$ में कोई भी n धनात्मक संख्या हों, तो उनके हरात्मक माध्य और समांतर माध्य का गुणनफल 1 होता है।

v) यदि A और B दो ऐसे समुच्चय हैं कि $(A\cup B)^c$ रिक्त समुच्चय है, तो या तो $A=\emptyset$ या $B=\emptyset$ होगा।

vi) किन्हीं $x, y\in\mathbb{R}, |x-y|\geq\big||x|-|y|\big|$.के लिए।

vii) समुच्चय $\{ix \mid x\in\mathbb{R}\}$ का ज्यामितीय निरूपण एक बिंदु होता है।

viii) कोई भी परिमित समुच्चय $\mathbb{Z}$ का एक उपसमुच्चय होता है।

ix) प्रत्येक चतुर्घात समीकरण का कम से कम एक वास्तविक मूल होता है।

x) कथन 'एम.टी.ई-04 के प्रत्येक विद्यार्थी ने एफ.एस.डी-01 पूरा कर लिया है', का विलोम है 'FST-01 के प्रत्येक विद्यार्थी ने एम टी ई-04 पूरा कर लिया है'।

2) क) दर्शाइए कि $1+\dfrac{1}{\sqrt{2}}+\cdots+\dfrac{1}{\sqrt{n}}>2\sqrt{n+1}-2\ \forall n\in\mathbb{N}$. (5)

ख) मान लीजिए कि $a, b>0, a+b=1, n>1$. दर्शाइए कि $\left(a+\dfrac{1}{a}\right)^n+\left(b+\dfrac{1}{b}\right)^n\geq\dfrac{5^n}{2^{n-1}}$. (5)

3) क) विविक्तकर का प्रयोग करते हुए, $7x^3+x^2-35x=5$. के मूलों की प्रकृति बताइए। इस समीकरण को हल भी कीजिए। (8)

ख) वह त्रिघात समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके मूल $x^3+ax^2+bx+c=0,\ a, b, c\in\mathbb{R}$ के मूलों के घन हैं। (4)

ग) समीकरण $x^4+4x^3+8=0$ के साधक त्रिघाती देकार्त की विधि तथा फ़ेरारी की विधि द्वारा प्राप्त कीजिए। क्या दोनों त्रिघाती समान हैं? साथ ही, इनमें से किसी एक विधि द्वारा इस समीकरण के मूल प्राप्त कीजिए। (13)

4) क) यदि A और B क्रमशः समपूर्णांकों और विषम पूर्णांकों के समुच्चय हैं, तो $A \cup B$ और $(A \cup B)^c$ ज्ञात कीजिए। (2)

ख) i) $A \times B$, तथा इसमें अवयवों की संख्या, ज्ञात कीजिए, जहां
$A = \{3n+2 \mid 1 \le n \le 10\} \subseteq \mathbb{Z}$, तथा
$B = \{n \in \mathbb{Z} \mid 1 \le n \le 15\} \cap \{m \in \mathbb{Z} \mid 2 \nmid m\}$.

ii) दो समुच्चय C और D, दिए रहने पर, उन पर किन प्रतिबंधों के अधीन $C \times D$ और $D \times C$ में अवयवों की संख्या समान होगी? अपने उत्तर के कारण दीजिए। (5)

ग) निम्नलिखित स्थिति को वेन आरेख में व्यक्त कीजिए :

60 महिलाओं के एक सर्वे से ज्ञात हुआ कि 25 केवल कक्षा 12 तक पढ़ी हैं; 10 केवल कक्षा 10 तक पढ़ी हैं; 26 को छात्रवृत्ति मिली है; कक्षा 12 तक पढ़ने वाली महिलाओं में से 9 को छात्रवृत्ति मिली है, कक्षा 10 तक पढ़ने वाली महिलाओं में से 8 को छात्रवृत्ति मिली है तथा 11 ने बी ए की डिग्री पूर्ण कर ली है। (3)

5. अपने इग्नू अध्ययन के संदर्भ में निम्नलिखित दीजिए : (5)

i) निहितार्थ का एक उदाहरण;

ii) उपरोक्त (i) में दिए गए अपने कथन का विलोम;

iii) उपरोक्त (i) में दिए गए अपने कथन का प्रतिधनात्मक;

iv) $\forall$ का प्रयोग करते हुए एक कथन;

v) $\exists$ का प्रयोग करते हुए एक कथन;

6. क) निम्नलिखित दीजिए : (3)

i) एक 2×4 आव्यूह;

ii) उपरोक्त (i) के आव्यूह का परिवर्त;

iii) $AX = B$, द्वारा निरूपित रैखिक समीकरणों का एक निकाय, जहां A उपरोक्त (ii) में दिया आव्यूह है।

ख) रैखिक निकाय

$$2x - 3y + 4z = 20\frac{2}{3}$$
$$x + 2y - 3z + 13.5 = 0$$
$$-x - 2y + 5z = \frac{113}{6}$$

पर विचार कीजिए। इस निकाय में क्रमर नियम क्यों लागू होता है, इसके दो कारण दीजिए। साथ ही, निकाय को हल करने के लिए, इस नियम का प्रयोग कीजिए। (7)

7. क) $a \in \mathbb{R}$ के वे मान ज्ञात कीजिए, जिनके लिए ai समीकरण $z^4 - 2z^3 + 7z^2 - 4z + 10 = 0$ का एक हल है। साथ ही, इस समीकरण के सभी मूल भी ज्ञात कीजिए। (5)

ख) $3i - 3$ के सभी आठवें मूलों को ज्ञत कीजिए। साथ ही, इनमें से किसी एक को एक आरगां आलेख में दर्शाइए। (5)

8. क) प्रतिस्थापन विधि का प्रयोग करते हुए, निम्नलिखित के $\mathbb{R}^3$ में हल समुच्चय प्राप्त कीजिएः

i) $x - \pi = 5$

ii) $2x - y + z = 1,\ x - 2y + z = 3,\ y = \sqrt{2} - z$

iii) $x - y = 5,\ x = 7,\ 2x - 3y = 5$ (7)

ख) वास्तविक जीवन की स्थिति की एक ऐसी समस्या दीजिए, जिसका गणितीय सूत्रीकरण है

$$2x + y + 2z = 18,\ x + 3y + 3z = 24,\ 3y = 6.$$

यह भी स्पष्ट कीजिए कि यह रैखिक निकाय आपकी समस्या का एक प्रतिदर्श कैसे है। (3)