MTE-11

सत्रीय कार्य पुस्तिका

एम.टी.ई. – **11**

प्रायिकता और सांख्यिकी

(01 जनवरी, 2026 से 31 दिसंबर, 2026 तक वैध)

परीक्षा फ़ार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य जमा करना ज़रूरी है।

विज्ञान विद्यापीठ
इन्दिरा गांधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय
मैदान गढ़ी, नई दिल्ली – 110 068

(2026)

प्रिय विद्यार्थी,

हम उम्मीद करते हैं कि स्नातक उपाधि कार्यक्रम में अपनाई गयी मूल्यांकन पद्धति से आप भली-भांति परिचित हैं। आपके नामांकन के बाद हमने आपको ऐच्छिक पाठ्यक्रम की एक कार्यक्रम दर्शिका भेजी थी। उसमें सत्रीय कार्य से संबंधित जो भाग है, उसे कृपया दुबारा पढ़ लें। जैसा कि आप जानते हैं निरंतर मूल्यांकन के लिए 30% अंक निर्धारित किए गए हैं। इसके लिए आपको एक **सत्रीय कार्य** करना होगा। यह सत्रीय कार्य इस पुस्तिका में शामिल है।

सत्रीय कार्य से संबंधित निर्देश

इससे पहले कि आप किसी प्रश्न का उत्तर लिखें, निम्नलिखित निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।

1) अपनी उत्तर पुस्तिका के पहले पृष्ठ पर सबसे ऊपर निम्नलिखित प्रारूप के आधार पर विवरण लिखें।

नामांकन संख्या : ....

नाम : ....

पता : ....

....

....

पाठ्यक्रम संख्या : ....

पाठ्यक्रम शीर्षक : ....

सत्रीय कार्य संख्या : ....

अध्ययन केंद्र : .... दिनांक :

....

कार्य के सही और शीघ्र मूल्यांकन के लिए दिये गए प्रारूप का सही अनुसरण करें।

2) अपना उत्तर लिखने के लिए फुलस्कैप काग़ज़ का इस्तेमाल करें, जो बहुत पतला न हो।

3) प्रत्येक कागज़ पर बायें, ऊपर और नीचे 4 से.मी. जगह छोड़ें।

4) आपके उत्तर स्पष्ट होने चाहिए।

5) प्रश्नों के हल लिखते समय, स्पष्ट संकेतों द्वारा बताएं कि किस प्रश्न का कौन सा भाग हल किया जा रहा है।

6) यह सत्रीय कार्य 31 दिसम्बर, 2026 तक वैध है। यदि आप इस सत्रीय कार्य में फ़ेल हो जाते हैं या इसे 31 दिसम्बर, 2026 तक जमा करने में असफ़ल रहते हैं, तो आप जनवरी, 2027 सत्र का सत्रीय कार्य प्राप्त करें और उसे उस सत्रीय कार्य में दिए गए आदेशों के अनुसार जमा करें।

7) परीक्षा फ़ार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य करना ज़रूरी है।

अपनी उत्तर पुस्तिका की एक प्रति अपने पास अवश्य रखें।

शुभकामनाओं के साथ।

सत्रीय कार्य
(सभी ब्लॉकों का अध्ययन करने के बाद किया जाना है)

पाठ्यक्रम कोड: MTE-11
सत्रीय कार्य कोड : MTE-11/TMA/2026
अधिकतम अंक: 100

1. निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य हैं और कौन-से असत्य? अपने उत्तर में संक्षिप्त उपपत्ति या प्रत्युदाहरण दीजिए। (10)

   i) यदि X और Y के बीच सहसंबंध गुणांक -0.8 है, तो $2X-1$ और $-3Y-1$ के बीच सहसंबंध गुणांक -0.48 होगा।

   ii) यदि X और Y क्रमशः (n_1, p_1) और (n_2, p_2) प्राचलों वाले स्वतंत्र द्विपद चर हैं, तो $X+Y$ प्राचल (n_1+n_2, p_1+p_2). वाला द्विपद बंटन होगा।

   iii) $f(x)=\begin{cases} |x| \; ; & -1<x<1 \\ 0 \; ; & \text{अन्यथा} \end{cases}$ द्वारा परिभाषित फलन एक प्रायिकता घनत्व फलन है।

   iv) माध्य μ और प्रसरण σ^2, वाले एक प्रसामान्य बंटन के लिए, परिकल्पनाएँ

   $H_1 : \mu = \mu_0, \sigma^2 = 1$ और

   $H_2 : \mu = \mu_0, \sigma^2 \geq 1$ सरल परिकल्पनाएँ हैं।

   v) सरल वैकल्पिक के विरूद्ध सरल परिकल्पना के परीक्षण की समस्या में, यदि टाइप-I अशुद्धि की प्रायिकता 0.06 है, तो परीक्षण की क्षमता 0.94 होगी।

2. 14 वर्ष की आयु के बच्चों की एक बड़ी संख्या का माध्य I.Q.100 और मानक विचलन 16 था। मान लीजिए कि बंटन प्रसामान्य था, तो निम्नलिखित ज्ञात कीजिए : (10)

   i) 80 से कम I.Q. वाले बच्चों का प्रतिशत।

   ii) वह सीमा जिसके लिए बीच में 40% बच्चों की I.Q. होगी।

   आप निम्नलिखित मानों का प्रयोग कर सकते हैं :

   $$P(Z>1.25)=0.1056$$
   $$P(Z<-0.525)=0.3$$

3. (X,Y) पर किए गए 6 प्रेक्षणों से प्राप्त आँकड़े निम्नलिखित हैं : (10)

   $$\sum X_i = 30, \sum Y_i = 180, \sum X_i Y_i = 1000,$$
   $$\sum X_i^2 = 200, \sum Y_i^2 = 5642.$$

   i) X और Y के बीच सहसंबंध-गुणांक ज्ञात कीजिए।

   ii) दिया गया है $X=10$, तब Y का प्रागुक्त मान क्या होगा?

   iii) दिया गया है $Y=15$, तो X प्रागुक्त मान क्या होगा?

4. एक पासे को 60 बार फेंकने से निम्नलिखित परिणाम प्राप्त होते हैं : (10)

पासे का मुख	1	2	3	4	5	6
बारम्बारता	8	7	12	8	14	11

5% सार्थकता स्तर पर परीक्षण कीजिए कि पासा अनभिनत है। दिया गया है कि 5, 6 और 7 स्वातंन्य कोटि के लिए χ^2 के मान क्रमशः 11.070, 15.592 और 14.067 हैं।

5. निम्नलिखित संयुक्त प्रायिकता घनत्व फलन लीजिए : (10)

$$f(x, y) = y^2 e^{-y(x+1)}; x \geq 0, y \geq 0.$$

क्या दोनों x और y समाश्रयण रैखिक हैं? अपने उत्तर का कारण दीजिए।

6. a) एक चर x का माध्य और मानक विचलन क्रमशः m और σ है। $\frac{(ax+b)}{c}$, का माध्य और मानक विचलन ज्ञात कीजिए जबकि a, b और c अचर हैं। (5)

   b) यदि एक यादृच्छिक चर X इस प्रकार है कि $E(X) = 3$ और $E(X^2) = 13$, है, तो $P(-2 < X < 8)$. का निम्न परिबंध ज्ञात कीजिए। (5)

7. a) मान लीजिए कि E_1, E_2, E_3 और E_4 स्वैच्छिक घटनाएँ हैं। निम्नलिखित घटनाओं को समुच्चय संकेतनों में लिखिए : (4)

   i) E_1, E_2, E_3 और E_4 में एक से अधिक नहीं।

   ii) E_1, E_2, E_3 और E_4 में से केवल एक।

   iii) E_1 और कम–से–कम E_2, E_3, E_4 में से एक।

   iv) E_1 के साथ E_2, E_3 और E_4 में से कोई नहीं।

   b) मान लीजिए कि r.v. X का प्रायिकता घनत्व फलन निम्नलिखि है : (6)

$$f(x) = \begin{cases} 1+x \ ; & -1 < x \leq 0 \\ 1-x \ ; & 0 < x < 1 \\ 0 \ ; & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

   और यदि $u = X$ और $v = X^2$ हो, तो $Cov(u, v)$ ज्ञात कीजिए। u और v के स्वांतन्य की भी जाँच कीजिए।

8. a) मानक विचलन 5 वाले मध्यककुदी बंटन के लिए चतुर्थ केंद्रीय आघूर्ण m_4 ज्ञात कीजिए। (4)

   b) किसी पुल को पार करते समय एक कार के टायर सपाट होने की प्रायिकता 0.00005 है। पुल पर करने वाली 10,000 कारों के लिए वह प्रायिकता ज्ञात कीजिए जबकि (6)

   i) ठीक 2 कारों के टायर सपाट होंगे।

   ii) ज्यादा से ज्यादा 2 कारों के टायर सपाट होंगे।

9. a) मान लीजिए कि X_1 एक चरघातांकी बंटन का एक प्रेक्षण है, जिसका प्रायिकता घनत्व फलन (5)

$$f(x) = \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}; x > 0$$

है। निराकरणीय परिकल्पना कि बंटन का माध्य $\theta = 2$ है की प्रतिकूल वैकल्पिक परिकल्पना कि माध्य $\theta = 5$ है, का परीक्षण कीजिए। निराकरणीय परिकल्पना केवल तभी स्वीकार की जाती है यदि और केवल यदि यादृच्छिक चर का प्रेक्षित मान 3 से कम हो। टाइप-I और टाइप-II त्रुटियों की प्रायिकताएँ ज्ञात कीजिए।

b) 20 पदों का माध्य और मानक विचलन क्रमशः 10 और 2 पाया गया है। जाँच करते समय यह पाया गया कि मान 8 वाला एक पद गलत है। यदि गलत पद को हटा दिया जाए तो माध्य और मानक विचलन परिकलित कीजिए। (5)

10. a) मान लीजिए X प्राचल α और λ, वाला एक गामा चर है जिसके $E(X) = 6$ और $Var(X) = 3$. हैं। α और λ. ज्ञात कीजिए। गामा चर का आघूर्ण जनक फलन भी ज्ञात कीजिए और इस प्रकार सिद्ध कीजिए कि आघूर्ण जनक फलन से X का माध्य 6 और X का प्रसरण 3 है। (6)

b) एक मुहल्ले में रहने वाले वैवाहिक जोड़ों में, पति के एक स्कूल बोर्ड चुनाव में वोट देने की प्रायिकता 0.21 है, पत्नी के चुनाव में वोट दने की प्रायिकता 0.28 है और दोनों के वोट देने की प्रायिकता 0.15 है। इस बात की प्रायिकता क्या होगी कि (4)

i) उनमें से कम से कम एक वोट देगा?
ii) उनमें से कोई भी वोट नहीं देगा?