BACHELOR OF SCIENCE (B. Sc.)

Term-End Examination

December, 2024

PHYSICS

BPHE-104/PHE-04 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS—I

PHE-05 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS—II

Time : 3 Hours *Maximum Marks : 50*

***Instructions* :**

(*i*) *Students registered for both PHE-04 and PHE-05 courses should answer both the question papers in two separate answer books entering their enrolment number, course code and course title clearly on both the answer books.*

(*ii*) *Students who have registered for PHE-04 or PHE-05 should answer the relevant question paper after entering their enrolment number, course code and course title on the answer book.*

BPHE–104/PHE–04/PHE–05

विज्ञान स्नातक (बी. एस-सी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2024

भौतिक विज्ञान

वी.पी.एच.ई.-104/पी.एच.ई.-04 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ–I

पी.एच.ई.-05 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ–II

समय : 3 घण्टे अधिकतम अंक : 50

निर्देश :

(*i*) जो छात्र पी. एच. ई.–04 और पी. एच. ई.–05 दोनों पाठ्क्रमों के लिए पंजीकृत हैं, दोनों प्रश्न–पत्रों के उत्तर अलग–अलग उत्तर पुस्तिकाओं में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम का नाम साफ–साफ लिखकर दें।

(*ii*) जो छात्र पी. एच. ई.–04 या पी. एच. ई.–05 किसी एक के लिए पंजीकृत हैं, अपने उसी प्रश्न–पत्र के उत्तर, उत्तर पुस्तिका में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम का नाम साफ–साफ लिखकर दें।

BPHE–104/PHE–04

BACHELOR OF SCIENCE (B. Sc.)

Term-End Examination

December, 2024

PHYSICS

BPHE-104/PHE-04 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS—I

Time : $1\frac{1}{2}$ Hours *Maximum Marks : 25*

Note : (*i*) *Attempt all questions.*

(*ii*) *The marks for each question are indicated against it.*

(*iii*) *You may use a calculator.*

(iv) Symbols have their usual meanings.

1. Answer any ***three*** parts : 3×4=12

(a) Calculate the area of the ΔABC if the coordinates A, B and C are $(4,2,1), (2,-1,0)$ and $(2,1,-2)$, respectively.

(b) Obtain the unit normal to the surface $4x^2y + z^3 = 4$ at $(1,-1,2)$.

(c) If $f(x,y,z) = \dfrac{1}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{1}{2}}}$, determine $\vec{\nabla}\cdot(\vec{\nabla} f)$.

(d) A two-dimensional force field is defined as $\vec{F} = (x\hat{j} - y\hat{i})$. Compute the work done by this force in taking a particle from point $(2,\ 0)$ to $(0,\ 2)$ along a straight line.

(e) In Cartesian coordinates, the position vector of a particle is given by $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$. Express it in terms of cylindrical coordinates (ρ, ϕ, z) and determine its velocity in cylindrical coordinates.

2. State Green's theorem. Use it to evaluate : 1+4

$$\int_C (x^2 + xy)\,dx + (x^2 + y^2)\,dy$$

where C is the square formed by the lines $y = \pm 1,\ x = \pm 1$.

Or

State the Divergence theorem. Apply it to compute $\iint_S \vec{u} \cdot \hat{n}\, dS$, where S is the surface of the cylinder $x^2 + y^2 = a^2$ bounded by planes $z = 0$, and $z = b$ and where $\vec{u} = x\hat{i} - y\hat{j} + z\hat{k}$. 1+4

3. The probability that a person recovers from a serious illness is 0.4. What is the probability that at least 2 of the five persons admitted in a hospital survive ? 3

Or

A book of 600 pages contains 40 printing mistakes. Assume that these errors are randomly distributed throughout the book and X, the number of errors per page has a Poisson distribution. What is the probability that 10 pages selected at random will be free of errors ? 3

4. Obtain the regression line of y ***vs***. x for the data given below : 5

x	y
1	3
4	1
2	2
3	5
5	4

Or

The normal distribution is given by the expression :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]$$

where μ is the mean and σ the standard deviation. Show that $E(x) = \mu$.

BPHE–104/PHE–04

विज्ञान स्नातक (बी. एस-सी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2024

भौतिक विज्ञान

बी.पी.एच.ई.-104/पी.एच.ई.-04 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-I

समय : $1\frac{1}{2}$ घण्टे अधिकतम अंक : 25

नोट : *(i) सभी प्रश्न कीजिए।*

(ii) प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं।

(iii) आप कैल्कुलेटर का प्रयोग कर सकते हैं।

(iv) प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।

---

1. कोई ***तीन*** भाग कीजिए : 3×4=12

(क) बिन्दु A, B और C के निर्देशांक क्रमशः (4,2,1),(2,−1,0) और (2,1,−2) हैं। ΔABC का क्षेत्रफल परिकलित कीजिए।

(ख) बिन्दु $(1,-1,2)$ पर पृष्ठ $4x^2y + z^3 = 4$ के लिए लंबवत् एकक सदिश ज्ञात कीजिए।

(ग) यदि $f(x,y,z) = \dfrac{1}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{1}{2}}}$, तो $\vec{\nabla}\cdot(\vec{\nabla} f)$ प्राप्त कीजिए।

(घ) एक द्विविमीय बल क्षेत्र $\vec{F} = (x\hat{j} - y\hat{i})$ दिया है। इस बल द्वारा किसी कण को बिन्दु $(2, 0)$ से $(0, 2)$ तक सीधी रेखा के अनुदिश ले जाने में किया गया कार्य परिकलित कीजिए।

(ङ) कार्तीय निर्देशांकों में किसी कण का स्थिति सदिश $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ है। इसे बेलनी निर्देशांकों (ρ, ϕ, z) में व्यक्त कीजिए तथा बेलनी निर्देशांकों में कण का वेग निर्धारित कीजिए।

2. ग्रीन का प्रमेय लिखिये। इसका प्रयोग करके निम्नलिखित का मान निर्धारित कीजिए : 1+4

$$\int_C (x^2 + xy)\,dx + (x^2 + y^2)\,dy$$

जहाँ C, रेखाओं $y = \pm 1, x = \pm 1$ से बना वर्ग है।

अथवा

डाइवर्जेन्स प्रमेय का कथन दीजिए। इसका प्रयोग करके $\iint_S \vec{u} \cdot \hat{n}\, dS$ परिकलित कीजिए, जहाँ $\vec{u} = x\hat{i} - y\hat{j} + z\hat{k}$ है और S, समतलों $z = 0$ और $z = b$ द्वारा परिबद्ध बेलन $x^2 + y^2 = a^2$ का पृष्ठ है। 1+4

3. एक गंभीर बीमारी से पीड़ित रोगी के ठीक होने की प्रायिकता 0.4 है। अस्पताल में भर्ती किए गए ऐसे पाँच व्यक्तियों में से कम से कम दो व्यक्तियों के बचने की प्रायिकता क्या होगी ? 3

अथवा

600 पृष्ठों की किसी किताब में 40 मुद्रण गलतियाँ, पायी जाती हैं। मान लीजिए कि ये गलतियाँ पूरी किताब में यादृच्छिक तरीके से वितरित हैं और प्रत्येक पृष्ठ पर गलतियों की संख्या X, एक प्वॉयसां वितरण का अनुसरण करती है। इस बात की प्रायिकता परिकलित कीजिए कि यादृच्छिक तरीके से चुने गये 10 पृष्ठों पर कोई गलती नहीं है। 3

4. निम्नलिखित आँकड़ों के लिए y **बनाम** x की समाश्रयण रेखा प्राप्त कीजिए : 5

x	y
1	3
4	1
2	2
3	5
5	4

अथवा

प्रसामान्य बंटन निम्नलिखित व्यंजक द्वारा दिया जाता है :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]$$

जहाँ μ माध्य और σ मानक विचलन है। सिद्ध कीजिए कि $E(x) = \mu$ ।

PHE–05

BACHELOR OF SCIENCE (B. Sc.)

Term-End Examination

December, 2024

PHYSICS

PHE-05 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS—II

Time : $1\frac{1}{2}$ Hours *Maximum Marks : 25*

Note : (*i*) *All questions are compulsory. However, internal choices are given.*

(*ii*) *Marks for each question are indicated against it.*

(*iii*) *Symbols have their usual meanings.*

---

1. Answer any ***three*** parts : 3×5=15

(a) Show that the following differential equation is exact : 1+4

$$3x(xy-2)\,dx+(x^3+2y)\,dy=0$$

and solve it.

(b) Determine the particular integral for the following ODE : 5

$$y'' + y' + 2y = 3x^2$$

(c) Determine all the first and second order partial derivatives of the function : 5

$$f(x, y) = e^{-ky} \sin nx$$

where k and n are constants.

(d) Use the method of separation of variables to reduce the following PDE to a set of ordinary differential equations : 5

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0.$$

(e) Solve the ODE : 5

$$y'' + 3y' + 2y = 0$$

given the initial conditions $y(0) = 2$ and $y'(0) = 1$.

2. Answer any ***two*** parts : 2×5=10

(a) Using the Frobenius method, obtain the indicial equation and its roots for the ODE : 5

$$x^2 y'' + xy' + (x^2 - 1)y = 0.$$

(b) State whether the following function is even or odd : 1+4

$$f(x) = \frac{x}{\pi}, \quad -\pi < x < \pi$$

Obtain its Fourier series expansion.

(c) A string of length L is plucked at its mid-point and then released from rest. The resulting vibrations can be modelled by the equation : 5

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad 0 < x < \mathrm{L}, \quad t \geq 0$$

with the following initial and boundary conditions :

$$u(0,t) = u(\mathrm{L},t) = 0$$

$$u(x,0) = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}\Big|_{t=0} = 0.1 \sin \frac{2\pi x}{\mathrm{L}}$$

Determine $u(x,t)$.

BPHE–104/PHE–05

विज्ञान स्नातक (बी. एस-सी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2024

भौतिक विज्ञान

पी.एच.ई.-05 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ–II

समय : $1\frac{1}{2}$ घण्टे *अधिकतम अंक : 25*

नोट : *(i) सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। लेकिन आन्तरिक विकल्प दिये गये हैं।*

(ii) प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं।

(iii) प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।

1. किन्हीं ***तीन*** भागों के उत्तर दीजिए : 3×5=15

(क) सिद्ध कीजिए कि निम्नलिखित अवकल समीकरण यथातथ है और इसका हल प्राप्त कीजिए : 1+4

$$3x(xy-2)\,dx+(x^3+2y)\,dy=0$$

(ख) निम्नलिखित साधारण अवकल समीकरण का विशेष समाकल प्राप्त कीजिए : 5

$$y'' + y' + 2y = 3x^2$$

(ग) निम्नलिखित फलन के सभी प्रथम और द्वितीय कोटि आंशिक अवकलज प्राप्त कीजिए : 5

$$f(x, y) = e^{-ky} \sin nx$$

जहाँ k और n स्थिरांक हैं।

(घ) चर पृथक्करण विधि का प्रयोग करके निम्नांकित आंशिक अवकल समीकरण को साधारण अवकल समीकरणों के समूह में समानीत कीजिए : 5

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0$$

(ङ) आदि प्रतिबंधों $y(0) = 2$ और $y'(0) = 1$ के लिए निम्नलिखित साधारण अवकल समीकरण का हल प्राप्त कीजिए : 5

$$y'' + 3y' + 2y = 0$$

2. किन्हीं **दो** भागों के उत्तर दीजिए : 2×5=10

(क) फ्रोबेनियस विधि का प्रयोग करते हुए निम्नलिखित साधारण अवकल समीकरण के लिए घातांकी समीकरण और उसके मूल प्राप्त कीजिए : 5

$$x^2 y'' + xy' + (x^2 - 1)y = 0$$

(ख) बताइए कि निम्नलिखित फलन सम है अथवा विषम और उसकी फूरिए श्रेणी प्राप्त कीजिए : 1+4

$$f(x) = \frac{x}{\pi}, \quad -\pi < x < \pi$$

(ग) लम्बाई L के तार को उसके मध्य बिन्दु पर खींचकर विरामावस्था से छोड़ दिया जाता है। परिणामी कंपनों को निम्नलिखित समीकरण द्वारा निरूपित किया जाता है : 5

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad 0 < x < L, \quad t \geq 0$$

इसके आदि एवं परिसीमा प्रतिबंध निम्नलिखित हैं :

$$u(0,t) = u(L,t) = 0$$

$$u(x,0) = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}\Big|_{t=0} = 0.1 \sin \frac{2\pi x}{L}$$

$u(x,t)$ निर्धारित कीजिए।

× × × × × × ×