No. of Printed Pages : 15 **MEC–203**

MASTER'S DEGREE IN ECONOMICS (MAEC)

Term-End Examination

December, 2024

MEC–203 : QUANTITATIVE METHODS

Time : 3 Hours *Maximum Marks : 100*

Note : *Attempt questions from each Section as per instructions given.*

Section—A

Note : Attempt any *two* questions from this Section.

2×20=40

1. (a) Test the linear dependency using augmented matrix and find the relationship if it exists for : 8

$$X_1 = (1, 2, 3),$$

$$X_2 = (3, -2, 1)$$

and $$X_3 = (1, -6, 5)$$

(b) Whether the following system of equations is consistent or not : 8

$$x + 2y = 5$$

$$-2x + 3z = -11$$

$$y - 2z = 8$$

$$2x + y - z = 12$$

(c) Find the eigen value of matrix : 4

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

2. (a) Explain Taylor's theorem to polynomial expansion. 8

(b) Using Taylor's approach, find Taylor's series expansion for the function : 12

$$f(x, y, z) = xyz$$

around the point (1, 1, 1).

3. (a) Explain the purpose and procedure of hypothesis testing. 8

(b) Differentiate between Type I and Type II errors. 4

(c) Discuss the concept of one-tail and two-tail test for the test of population mean. What is level of significance (α) ? 8

4. (a) Consider the following Lagrange, problem : 12

Maximize :

$$f(u, v) = u + 3v$$

Subject to :

$$g(u, v) = u^2 + av^2 = 10$$

Use the envelope theorem to estimate the maximum value $f^*(1.01)$ when a = 1.01 and check this by computing the optimal value function $f^*(a)$.

(b) Verify mean value theorem for the function :

$$f(x) = x(x-1)(x-2)$$

in $\left(0, \frac{1}{2}\right)$. 8

Section—B

Note : Attempt any *five* questions from this Section. 5×12=60

5. (a) What is Standard Error ? Why is it calculated ? 6

   (b) What are mean and standard deviation of the sampling distribution of the mean ? 6

6. (a) Check if the following function is continuous : 5

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+2}, & < 2 \\ x^2 - 2, & 2 \le x < 3 \\ 2x + 5, & x \ge 3 \end{cases}$$

   (b) For the function $f(x) = \cos x$, find : 7

   (i) Linear and quadratic approximations, and

   (ii) Maclaurin's series expansion of the function

7. (a) Find $\frac{du}{dt}$, where : 4

$$u = \sin\left(\frac{x}{y}\right)$$

$$x = e^t$$

$$y = t^2$$

(b) How can Marginal Rate of Technical Substitution (MRTS) be calculated with the help of partial derivatives ? 4

(c) Differentiate between a homogeneous function and homothetic function. 4

8. (a) Distinguish between definite and indefinite integrals. 3

(b) Identify if integral $\int_1^\infty \frac{1}{x^2} dx$ is convergent or divergent. 5

(c) Prove that union of finite number of closed sets is a closed set. 4

9. (a) For each of the two 5 tuples : 9

$$x = (2, -1, -3, 4, -2)$$

and $y = (3, -1, -3, 2, -3)$

find :

(i) The norm for each

(ii) Euclidean distance between the two

(iii) Scalar product of the two.

(b) Define linear independence of vectors. 3

10. (a) Determine whether the function : 8

$$v = f(x, y, z) = -x^3 + 3xz + 2y - y^2 - 3z^2$$

has maximum or minimum value.

(b) Do you think quasi-concavity is a weaker concept than concavity ? 4

11. (a) Explain Kuhn-Tucker conditions under constrained optimisation. 8

(b) Define a concave and a convex function. 4

MEC–203

एम. ए. (अर्थशास्त्र) (एम. ए. ई. सी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2024

एम.ई.सी.-203 : परिमाणात्मक विधियाँ

समय : 3 घण्टे *अधिकतम अंक : 100*

नोट : *प्रत्येक भाग से निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए।*

भाग—क

नोट : इस भाग से किन्हीं **दो** प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

2×20=40

1. (क) संवर्धित आव्यूह का उपयोग करके रैखिक निर्भरता का परीक्षण कीजिए और यदि मौजूद है तो संबंध खोजिए : 8

$$X_1 = (1, 2, 3),$$

$$X_2 = (3, -2, 1)$$

तथा $X_3 = (1, -6, 5)$ ।

(ख) समीकरणों की निम्नलिखित प्रणाली संगत है या नहीं : 8

$$x + 2y = 5$$

$$-2x + 3z = -11$$

$$y - 2z = 8$$

$$2x + y - z = 12.$$

(ग) आव्यूह का आइगेन मान ज्ञात कीजिए : 4

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

2. (क) बहुपदी सन्नियन के प्रति टेलर के प्रमेय को समझाइए। 8

(ख) टेलर के दृष्टिकोण का उपयोग करके टेलर श्रृंखला में बिंदु (1, 1, 1) के गिर्द फलन $f(x, y, z) = xyz$ का विस्तार कीजिए। 12

3. (क) परिकल्पना परीक्षण के उद्देश्य और प्रक्रिया की व्याख्या कीजिए। 8

(ख) प्रकार I और प्रकार II त्रुटियों के बीच अंतर कीजिए। 4

(ग) समष्टि माध्य के परीक्षण के लिए एक-पुच्छ और दो-पुच्छ टेस्ट की अवधारणा पर चर्चा कीजिए। सार्थकता स्तर (α) क्या है ? 8

4. (क) निम्नलिखित लैग्रांज समस्या पर विचार कीजिए : 12

व्यवरोध :

$$g(u, v) = u^2 + av^2 = 10$$

के अंतर्गत $f(u, v) = u + 3v$ को अधिकतम कीजिए। जब $a = 1.01$ है, तब अधिकतम मान

$f^*(1.01)$ का आकलन करने के लिए, अन्वालोप प्रमेय का उपयोग कीजिए तथा इसकी जाँच इष्टतम मूल्य फलन $f^*(a)$ के अभिकलन द्वारा कीजिए।

(ख) निम्नलिखित फलन के लिए माध्य मूल्य प्रमेय को सत्यापित कीजिए : 8

अंतराल $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ में फलन $f(x) = x(x-1)(x-2)$ ।

भाग—ख

नोट : इस भाग से किन्हीं **पाँच** प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

5×12=60

5. (क) मानक त्रुटि क्या है ? इसकी गणना क्यों की जाती है ? 6

(ख) माध्य के प्रतिचयन बंटन के माध्य और मानक विचलन क्या हैं ? 6

6. (क) जाँच कीजिए कि क्या निम्नलिखित फलन सतत् है : 5

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+2}, & < 2 \\ x^2 - 2, & 2 \le x < 3 \\ 2x + 5, & x \ge 3 \end{cases}$$

(ख) फलन $f(x) = \cos x$ के लिए : 7

(i) रैखिक और द्विघाती सन्नियन का आकलन कीजिए, तथा

(ii) फलन के लिए मैक्लारिन शृंखला का विस्तार कीजिए।

7. (क) $\frac{du}{dt}$ ज्ञात कीजिए, जहाँ : 4

$$u = \sin\left(\frac{x}{y}\right)$$

$$x = e^t$$

$$y = t^2$$

(ख) आंशिक अवकलज़ की सहायता से सीमांत तकनीकी प्रतिस्थापन की दर (MRTS) की गणना कैसे की जाती है ? 4

(ग) समघात फलन और समस्थित फलन में अंतर स्पष्ट कीजिए। 4

8. (क) निश्चित समाकल और अनिश्चित समाकल के बीच अंतर स्पष्ट कीजिए। 3

(ख) पहचानिए कि समाकल $\int_1^\infty \frac{1}{x^2}dx$ अभिसारी है या अपसारी। 5

(ग) सिद्ध कीजिए कि संवृत समुच्चय की परिमित संख्या का संघ एक संवृत समुच्चय है। 4

9. (क) दो 5 टुपल्स : 9

$$x = (2, -1, -3, 4, -2)$$

और $y = (3, -1, -3, 2, -3)$

के लिए ज्ञात कीजिए :

(i) प्रत्येक का मानक

(ii) दोनों के बीच यूक्लीडियन दूरी

(iii) दोनों का अदिश गुणनफल

(ख) सदिशों की रैखिक स्वतंत्रता को परिभाषित कीजिए। 3

10. (क) निर्धारित कीजिए कि फलन : 8

$$v = f(x, y, z) = -x^3 + 3xz + 2y - y^2 - 3z^2$$

का अधिकतम या न्यूनतम मान है या नहीं।

(ख) क्या आपको लगता है कि अर्ध–अवतलता, अवतलता की तुलना में एक कमज़ोर अवधारणा है। 4

11. (क) व्यवरोधी इष्टतमीकरण के अंतर्गत कुहन–टुकर प्रतिबंध की व्याख्या कीजिए। 8

(ख) उत्तल एवं अवतल फलन को परिभाषित कीजिए। 4

× × × × × × ×