No. of Printed Pages : 10

MTE–03

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)

Term-End Examination

December, 2024

Elective Course : Mathematics

MTE-03 : MATHEMATICAL METHODS

Time : 2 Hours *Maximum Marks : 50*

Weightage : 70%

Note : *(i) Question No.* ***7*** *is compulsory.*

(ii) Attempt any ***four*** *questions from Question Nos.* ***1*** *to* ***6****.*

(iii) Use of calculator is not allowed.

---

1. (a) Three vectors $\vec{a}$, $\vec{b}$ and $\vec{c}$ are of magnitudes 3, 4 and $2\sqrt{6}$ respectively. Further $\vec{a} \perp (\vec{b} + \vec{c})$, $\vec{b} \perp (\vec{c} + \vec{a})$ and $\vec{c} \perp (\vec{a} + \vec{b})$. Evaluate $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|$. 2

(b) Solve the differential equation : 4

$$\left(2\sqrt{xy} + x\right)dy - y\,dx = 0$$

(c) Find the mean deviation of the following data about its median : 4

Height (in inches)	No. of Students
58	17
60	32
62	33
64	20
65	10
66	8

2. (a) Find the derivative of $\sqrt{\frac{1-\tan x}{1+\tan x}}$ w.r.t. x. 3

(b) Evaluate : 3

$$\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^4}}.$$

(c) Three urns A, B and C contain respectively : 3 red, 4 white, 1 blue; 1 red, 2 white, 3 blue and 4 red, 3 white, 2 blue balls. One urn is chosen at random and a ball is withdrawn from it. It is found to be red. Find the probability that it came from urn B. 4

3. (a) Prove that the triangle with vertices A (9, 7, 1); B (–3, 7, 1) and C (3, 1, 2) is right angled. 3

(b) For the following probability density function : 3

$$f(x) = kx^2(1-x), \quad 0 < x < 1,$$

find :

(i) the constant k

(ii) mean.

(c) Evaluate : 4

$$I = \int \frac{e^{m\cot^{-1}x}}{(1+x^2)^{3/2}} dx .$$

4. (a) Calculate the correlation coefficient for the following data : 4

x	y
5	21
15	14
10	28
20	7
25	35
40	42

(b) Find the points on the curve :

$$y = \frac{1}{4}x^3 - x^2 + 3,$$

where the tangent is parallel to the line $x + y = 5$. 3

(c) The fourth and ninth terms of an A. P. are 14 and 39 respectively. Find its eleventh term. 3

5. (a) Determine : 4

$$\lim_{x \to 0} \frac{\tan x - \sin x}{\sin^3 x}.$$

(b) In a certain Poisson frequency distribution, the frequency corresponding to 3 successes is double the frequency corresponding to 2 successes. Find its mean and standard deviation. 4

(c) If $f, g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ defined by $f(x) = \frac{x}{\sqrt{3}}$ and $g(x) = x\sqrt{3}$, then check whether f o $g = g$ o f. 2

6. (a) Find the Maclaurin's expansion for $\sin 3x$ upto five terms. 5

(b) A can solve 75% of the problems and B can solve 60%. What is the probability that a randomly chosen problem will be solved ? 3

(c) Find the equation of the line which passes through (3, –2) and is at right angles to $7x - 5y - 6 = 0$. 2

7. State whether the following statements are true *or* false. Give proper justification for each : 10

(i) The function $f(x) = |x|$ is not differentiable at $x = 0$.

(ii) For a Binomial Distribution $\frac{\text{Mean}}{\text{Variance}} > 1$.

(iii) $f(x) = 2x^2 + 3x + 4$ is a decreasing function for $x > 0$.

(iv) The number of 3-digit numbers which can be formed if the digits can be repeated is less than 899.

(v) The triangle formed by the points (2, 3), (2, 5) and (3, 4) is isosceles.

MTE–03

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी. डी. पी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2024

ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित

एम.टी.ई.-03 : गणितीय विधियाँ

समय : 2 घण्टे *अधिकतम अंक : 50*

भारित : 70%

नोट : *(i) प्रश्न सं. 7 अनिवार्य है।*

(ii) प्रश्न सं. 1 से 6 तक किन्हीं ***चार*** *प्रश्नों के उत्तर दीजिए।*

(iii) कैल्कुलेटर का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

---

1. (क) तीन सदिशों $\vec{a}$, $\vec{b}$ और $\vec{c}$ के परिमाण क्रमशः 3, 4 और $2\sqrt{6}$ हैं। आगे $\vec{a} \perp (\vec{b}+\vec{c})$, $\vec{b} \perp (\vec{c}+\vec{a})$ और $\vec{c} \perp (\vec{a}+\vec{b})$ हैं। $|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

(ख) अवकल समीकरण हल कीजिए : 4

$$\left(2\sqrt{xy}+x\right)dy - y\,dx = 0$$

(ग) निम्नलिखित आँकड़ों से माध्यिका के परितः माध्य विचलन ज्ञात कीजिए : 4

ऊँचाई (इंचों में)	विद्यार्थियों की संख्या
58	17
60	32
62	33
64	20
65	10
66	8

2. (क) $\sqrt{\frac{1-\tan x}{1+\tan x}}$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए। 3

(ख) $\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^4}}$ का मान ज्ञात कीजिए। 3

(ग) तीन थैलों A, B और C में क्रमशः 3 लाल, 4 सफेद, 1 नीली; 1 लाल, 2 सफेद, 3 नीली तथा 4 लाल, 3 सफेद, 2 नीली गेंदें हैं। एक थैला यादृच्छया चुना जाता है और उसमें से एक

गेंद निकाली जाती है। यह गेंद लाल पायी जाती है। वह प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह गेंद थैले B से निकली है। 4

3. (क) सिद्ध कीजिए कि शीर्षों A (9, 7, 1); B (–3, 7, 1) और C (3, 1, 2) वाला त्रिभुज एक समकोण त्रिभुज है। 3

(ख) प्रायिकता घनत्व फलन $f(x) = kx^2(1-x)$, $0 < x < 1$ के लिए निम्नलिखित ज्ञात कीजिए : 3

(i) नियत k का मान

(ii) माध्य

(ग) $I = \int \frac{e^{m\cot^{-1}x}}{(1+x^2)^{3/2}} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 4

4. (क) निम्नलिखित आँकड़ों के लिए सहसंबंध गुणांक ज्ञात कीजिए : 4

x	y
5	21
15	14
10	28
20	7
25	35
40	42

(ख) वक्र $y = \frac{1}{4}x^3 - x^2 + 3$ का वह बिंदु निकालिए जिस पर रेखा $x + y = 5$ के समांतर स्पर्श–रेखा है। 3

(ग) एक A.P. के चौथे और नवें पद क्रमशः 14 और 39 हैं। इसका ग्यारहवाँ पद ज्ञात कीजिए। 3

5. (क) $\lim_{x \to 0} \frac{\tan x - \sin x}{\sin^3 x}$ का मान ज्ञात कीजिए। 4

(ख) एक प्वॉयसां आवृत्ति बंटन में, 3 सफलता के संगत आवृत्ति 2 सफलताओं के संगत आवृत्ति की दोगुनी है। इसका माध्य और मानक विचलन ज्ञात कीजिए। 4

(ग) यदि $f, g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x}{\sqrt{3}}$ और $g(x) = x\sqrt{3}$ द्वारा परिभाषित है, तो जाँच कीजिए कि $f \circ g = g \circ f$ हैं या नहीं। 2

6. (क) $\sin 3x$ का पाँच पदों तक मैक्लॉरिन प्रसार ज्ञात कीजिए। 5

(ख) A, 75% समस्याएँ हल कर सकता है और B, 60% हल कर सकता है। वह प्रायिकता क्या है कि एक यादृच्छया चुनी गयी समस्या हल होगी ? 3

(ग) उस रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो $(3, -2)$ से होकर गुजरती है और $7x - 5y - 6 = 0$ से समकोण बनाती है। 2

7. निम्नलिखित कथनों में से कौन-से कथन सत्य और कौन-से असत्य हैं ? अपने उत्तर का स्पष्टीकरण दीजिए : 10

(i) फलन $f(x) = |x|$, $x = 0$ पर अवकलनीय नहीं है।

(ii) द्विपद बंटन के लिए $\frac{\text{माध्य}}{\text{प्रसरण}} > 1$ होगा।

(iii) $x > 0$ के लिए $f(x) = 2x^2 + 3x + 4$ एक ह्रासमान फलन है।

(iv) 3 अंकों की संख्याओं की वह संख्या, जिसमें किसी भी अंक की पुनरावृत्ति की जा सकती है, 899 से कम है।

(v) बिंदुओं (2, 3); (2, 5) और (3, 4) से बना त्रिभुज समद्विबाहु त्रिभुज होगा।

× × × × × × ×