No. of Printed Pages : 14 **MTE-04/MTE-05**

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)

Term-End Examination

December, 2024

(Elective Course : Mathematics)

MTE-04 : ELEMENTARY ALGEBRA

AND

MTE-05 : ANALYTICAL GEOMETRY

Time : 3 Hours *Maximum Marks : 50*

Instructions **:**

1. *Students registered for both MTE-04 & MTE-05 courses should answer both the question papers in two separate answer books entering their enrolment number, course code and course title clearly on both the answer books.*

2. *Students who have registered for MTE-04 or MTE-05 should answer the relevant question paper after entering their enrolment number, course code and course title on the answer book.*

MTE-04/MTE-05

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी. डी. पी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2024

(ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित)

एम.टी.ई.-04 : प्रारंभिक बीजगणित

एवं

एम.टी.ई.-05 : वैश्लेषिक ज्यामिति

समय : 3 घण्टे *अधिकतम अंक : 50*

निर्देश :

1. *जो छात्र एम.टी.ई.-04 और एम.टी.ई.-05 दोनों पाठ्यक्रमों के लिए पंजीकृत हैं, दोनों प्रश्न-पत्रों के उत्तर अलग-अलग उत्तर पुस्तिकाओं में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ-साफ लिखकर दें।*

2. *जो छात्र एम.टी.ई.-04 या एम.टी.ई.-05 किसी एक के लिए पंजीकृत हैं, अपने उसी प्रश्न-पत्र के उत्तर उत्तर-पुस्तिका में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ-साफ लिखकर दें।*

MTE-04

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)

Term-End Examination

December, 2024

MTE-04 : ELEMENTARY ALGEBRA

Time : $1\frac{1}{2}$ Hours *Maximum Marks : 25*

Weightage : 70%

Note : *Question No.* ***5*** *is compulsory. Do any* ***three*** *questions from Question Nos.* ***1*** *to* ***4****. Use of calculator is not allowed.*

---

1. (a) Obtain the geometric and polar forms of $(2+\sqrt{3}i)^{-1}$. 3

(b) For any subsets A, B and C of a universal set S, prove that : 2

$$(A - B) \times C = (A \times C) - (B \times C)$$

2. (a) Solve $x^3 + 6x^2 + 11x + 6 = 0$, assuming roots are in A. P. 3

(b) If $|z_1| = |z_2|$ and arg (z_1) + arg $(z_2) = 0$, then show that $z_1 = \overline{z}_2$. 2

3. (a) If $x^2 + y^2 + z^2 = 12$, use Cauchy-Schwarz's inequality to show that : 3

(i) $x + y + z \le 6$

(ii) $x^3 + y^3 + z^3 \ge 24$

where x, y, z are non-negative real numbers.

(b) Obtain all values of $(1 - i\sqrt{3})^{9/4}$. 2

4. (a) Check if the following system of linear equations can be solved by Cramer's rule. If so, apply it for solving the system. Otherwise solve it by the method of Gaussian elimination : 3

$$2x + 3y + z = 9$$

$$x + 2y + 3z = 6$$

$$3x + y + 2z = 8$$

(b) Show that : 2

$$\begin{vmatrix} 0 & -a & -b \\ a & 0 & c \\ b & -c & 0 \end{vmatrix} = 0$$

5. Which of the following statements are true and which are false ? Justify your answer by giving a short proof or counter-example : 2×5=10

(i) For any two square matrices of the same order A and B :

$$AB = 0 \Rightarrow A = 0 \text{ or } B = 0$$

(ii) The equation :

$$a_{2n+1}X^{2n+1} + \ldots\ldots + a_1X + a_0 = 0$$

has a real root.

(iii) If $4 \le |z| \le 5$, for $z \in \mathbf{C}$, then $|z + \bar{z}| = 1$.

(iv) For any subsets A, B and C of S, $A \cup B = A \cup C$ and $A \cap B = A \cap C$ implies $B = C$.

(v) If p and q are two statements such that 'not $q \Rightarrow$ not p' then q is necessary for p.

MTE–04

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी. डी. पी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2024

एम.टी.ई.-04 : प्रारंभिक बीजगणित

समय : $1\frac{1}{2}$ घण्टे *अधिकतम अंक : 25*

भारिता : 70%

नोट : *प्रश्न सं.* ***5*** *करना जरूरी है। प्रश्न सं.* ***1*** *से* ***4*** *तक से किन्हीं* ***तीन*** *प्रश्नों के उत्तर दीजिए। कैल्कुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।*

1. (क) $(2+\sqrt{3}i)^{-1}$ का ज्यामितीय एवं ध्रुवीय रूप प्राप्त कीजिए। 3

(ख) समष्टीय समुच्चय S के किसी उपसमुच्चय A, B और C हैं, सिद्ध कीजिए कि : 2

$$(A - B) \times C = (A \times C) - (B \times C)$$

2. (क) समीकरण $x^3 + 6x^2 + 11x + 6 = 0$ को हल कीजिए, यदि इसके मूल A. P. में हैं। 3

(ख) यदि $|z_1| = |z_2|$ और $\arg(z_1) + \arg(z_2) = 0$ हैं, तो दिखाइए कि $z_1 = \bar{z}_2$। 2

3. (क) यदि $x^2 + y^2 + z^2 = 12$, तो कौशी-श्वार्ज़ असमिका का प्रयोग करके दर्शाइए कि : 3

(i) $x + y + z \leq 6$

(ii) $x^3 + y^3 + z^3 \geq 24$

जहाँ x, y, z ऋणेतर वास्तविक संख्याएँ हैं।

(ख) $(1 - i\sqrt{3})^{9/4}$ के सभी मान ज्ञात कीजिए। 2

4. (क) जाँच कीजिए कि निम्न रैखिक समीकरणों का निकाय क्रेमर के नियम से हल किया जा सकता है या नहीं। यदि ऐसा है, तो निकाय को हल करने के लिए इसका प्रयोग कीजिए। अन्यथा इसे गाउसीय निराकरण विधि से हल कीजिए : 3

$$2x + 3y + z = 9$$
$$x + 2y + 3z = 6$$
$$3x + y + 2z = 8$$

(ख) दिखाइए कि : 2

$$\begin{vmatrix} 0 & -a & -b \\ a & 0 & c \\ b & -c & 0 \end{vmatrix} = 0$$

5. निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य हैं और कौन-से असत्य हैं ? कोई संक्षिप्त उपपत्ति या प्रति-उदाहरण द्वारा अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए : 2×5=10

(i) समान कोटि के किन्हीं दो वर्ग आव्यूह A और B के लिए :

$$AB = 0 \Rightarrow A = 0 \text{ or } B = 0$$

(ii) समीकरण $a_{2n+1}X^{2n+1} + ... + a_1X + a_0 = 0$ का वास्तविक मूल होता है।

(iii) $4 \le |z| \le 5,\ z \in \mathbf{C}$ के लिए $|z + \bar{z}| = 1$ होता है।

(iv) समष्टीय समुच्चय S के तीन उपसमुच्चय A, B और C हैं, तो यदि $A \cup B = A \cup C$ और $A \cap B = A \cap C$ है, तो $B = C$ होता है।

(v) यदि p और q ऐसे दो कथन हैं, जिनके के लिए 'not $q \Rightarrow$ not p', तो q, p के लिए आवश्यक है।

MTE–05

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)

Term-End Examination

December, 2024

MTE-05 : ANALYTICAL GEOMETRY

Time : $1\frac{1}{2}$ Hours *Maximum Marks : 25*

Weightage : 70%

Note : *Question No.* ***1*** *is compulsory. Answer any* ***three*** *questions from Question Nos.* ***2*** *to* ***5****. Use of calculator is not allowed.*

---

1. Which of the following statements are true and which are false ? Justify your answers : 2×5=10

(i) The projection of any line segment along the z-axis on the x-axis is 0.

(ii) The direction ratios of $\frac{x-1}{3} = \frac{y}{5}, z = 3$ are 3, 5, 3.

(iii) Every conicoid has a centre.

(iv) The eccentricity of the conic $\frac{(x-4)^2}{5}+\frac{y^2}{9}=1$ is $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

(v) The set $S=\left\{(x,y,z)\in \mathbf{R}^3 \mid x=y, z\in \mathbf{R}\right\}$ represents a cylinder.

2. (a) Find the equation to the conic which passes through (0, 1) and the intersection of $x^2+2xy+5y^2-7x-8y+6=0$ with the pair of straight lines $2x - y - 5 = 0$ and $3x + y - 11 = 0$. 3

(b) Consider the hyperbolic paraboloid $x^2-5y^2=z$. What is its section by the plane $y = z$? Identify it. 2

3. (a) Prove that if $\alpha x + \beta y + 1 = 0$ is tangent to the circle $x^2+y^2+2ux+2vy+w=0$, then $(\alpha u+\beta v-1)^2=(\alpha^2+\beta^2)(u^2+v^2-w)$. 3

(b) Find the equation of the right circular cylinder of radius 3, whose axis passes through the point (–3, 2, 2) and has direction ratios (0, 3, 4). 2

4. (a) Give an example of a curve which is symmetric with respect to the x-axis. Justify your answer. 2

(b) Find the radius and the centre of the circle : 3

$$x^2 + y^2 + z^2 + 10y - 4z - 8 = 0,$$

$$x + y + z = 3.$$

5. (a) Show that if the plane $x + y = 2z + 1$ touches the paraboloid $ax^2 + by^2 = 2z$, then $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 4.$ 3

(b) Check whether the equation :

$$3x^2 + 2y^2 - x + 3y - 1 = 0$$

represents a pair of straight lines or not. 2

MTE–05

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी. डी. पी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2024

एम.टी.ई.-05 : वैश्लेषिक ज्यामिति

समय : $1\frac{1}{2}$ घण्टे *अधिकतम अंक : 25*

भारिता : 70%

नोट : *प्रश्न सं. 1 करना अनिवार्य है। प्रश्न सं. 2 से 5 तक से किन्हीं **तीन** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। कैल्कुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।*

1. निम्नलिखित कथनों में से कौन-से कथन सत्य और कौन-से असत्य हैं ? अपने उत्तरों की पुष्टि कीजिए : $2\times5=10$

   (i) z-अक्ष के समांतर किसी भी रेखाखंड का x-अक्ष पर प्रक्षेप 0 है।

   (ii) $\frac{x-1}{3}=\frac{y}{5}, z=3$ के दिक्-अनुपात 3, 5, 3 हैं।

   (iii) प्रत्येक शांकवज का केंद्र होता है।

   (iv) शांकव $\frac{(x-4)^2}{5}+\frac{y^2}{9}=1$ की उत्केन्द्रता $\frac{\sqrt{5}}{3}$ है।

(v) समुच्चय $S = \left\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x = y, z \in \mathbf{R}\right\}$ एक बेलन को निरूपित करता है।

2. (क) (0, 1) से गुज़रने वाले उस शांकव का समीकरण ज्ञात कीजिए जो $x^2 + 2xy + 5y^2 - 7x - 8y + 6 = 0$ तथा सरल रेखा-युग्म $2x - y - 5 = 0$ एवं $3x + y - 11 = 0$ के प्रतिच्छेद से होकर गुज़रता है। 3

(ख) अतिपरवलयिक परवलयज $x^2 - 5y^2 = z$ पर विचार कीजिए। इसका समतल $y = z$ से परिच्छेद क्या है ? इसे पहचानिए। 2

3. (क) सिद्ध कीजिए कि यदि $\alpha x + \beta y + 1 = 0$ वृत्त $x^2 + y^2 + 2ux + 2vy + w = 0$ को स्पर्श करता है, तो $(\alpha u + \beta v - 1)^2 = (\alpha^2 + \beta^2)(u^2 + v^2 - w)$। 3

(ख) त्रिज्या 3 वाले उस लंबवृत्तीय बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए, जिसका अक्ष बिंदु (–3, 2, 2) से गुज़रता है और जिसके दिक्-अनुपात (0, 3, 4) हैं। 2

4. (क) x-अक्ष के प्रति सममित एक वक्र का उदाहरण दीजिए। अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए। 2

(ख) वृत्त :

$$x^2 + y^2 + z^2 + 10y - 4z - 8 = 0,\ x + y + z = 3,$$

के त्रिज्या और केंद्र ज्ञात कीजिए। 3

5. (क) दिखाइए कि यदि समतल $x + y = 2z + 1$ परवलयज $ax^2 + by^2 = 2z$ को स्पर्श करता है, तो $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 4$ होगा। 3

(ख) जाँच कीजिए कि समीकरण :

$$3x^2 + 2y^2 - x + 3y - 1 = 0$$

एक रेखा-युग्म को निरूपित करता है या नहीं। 2

× × × × × × ×