No. of Printed Pages : 12

MTE–11

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)

Term-End Examination

December, 2024

(ELECTIVE COURSE : MATHEMATICS)

MTE-11 : PROBABILITY AND STATISTICS

Time : 2 Hours *Maximum Marks : 50*

Weightage : 70%

Note : *(i) Question No.* ***7*** *is compulsory.*

(ii) Attempt any ***four*** *questions from Question Nos.* ***1*** *to* ***6****.*

(iii) Use of calculator is not allowed.

(iv) All the symbols have their usual meanings.

---

1. (a) In a distribution, the first four moments about the point $x = 4$ are -1.5, 17, -30 and 108. Find the moments about mean, about origin. Also find β_1 and β_2. 5

(b) Let the random variable X assume the value 'n' with the probability distribution $p(X = n) = pq^{n-1}$, $n = 1, 2, 3, \ldots\ldots$. Find the moment generating function and hence find the mean and variance. 5

2. (a) Show that the weighted arithmetic mean of first n natural numbers whose weights are equal to the corresponding number is equal to $\frac{2n+1}{3}$. 5

(b) Find coefficient of skewness from the following data : 5

x	f
6	3
7	6
8	9
9	13
10	8
11	5
12	4

3. (a) Ten students got the following percentage of marks in Economics and Statistics : 5

Roll No.	Marks in Economics	Marks in Statistics
1	78	84
2	36	51
3	98	91
4	25	60
5	75	68
6	82	62
7	90	86
8	62	58
9	65	53
10	39	47

Calculate the coefficient of correlation between the percentage of marks in Economic and Statistics.

(b) For 10 observations on price (x) and supply (y), the following data were obtained :

$\Sigma x = 130, \quad \Sigma y = 220, \quad \Sigma x^2 = 2288, \Sigma y^2 = 5506$ and $\Sigma xy = 3467.$

Obtain two lines of regression and estimate the supply when the price is 16. 5

4. (a) Show that in a Poisson distribution with unit mean, deviation about mean is $\left(\frac{2}{e}\right)$ times the standard deviation. 5

(b) A sample of 100 dry battery cells tested to find the length of life produced the following results : 5

$\bar{x} = 12$ hrs., $\sigma = 3$ hrs.

Assuming the data to be normally distributed, what percentage of battery cell are expected to have life :

(i) more than 15 hrs.

(ii) less than 6 hrs.

Given :

P (0 < Z < 1) = 0.3413, P (0 < Z < 2) = 0.4772, P (0 < Z < 0.67) = 0.2485

5. (a) A random sample of size 16 has mean 53. The sum of squares of the deviation from mean is 135. Can this sample be regarded as taken from the population having 56 as mean ? Justify. Also, obtain 95% and 99% confidence limits of the mean of the population. 5

[Given $t_{0.05} = 2.13$ and $t_{0.01} = 2.95$]

(b) Fit a Poisson distribution to the following data upto the goodness of fit : 5

x	f
0	109
1	65
2	22
3	3
4	1

[Given : $\chi^2_{2,0.05} = 5.99$].

6. (a) A can hit a target 3 times in 5 shots, B 2 times in 5 shots and C 3 times in 4 shots. All of them fire one shot each simultaneously at the target. What is the probability that (i) 2 shots hit, (ii) at least two shots hit ? 3

(b) In a normal distribution 31% of the items are under 45 and 8% are over 64. Find the mean and standard deviation of the distribution. 4

[Given that :

Z = 0.496 for the area 0.19

and Z = 1.405 for the area 0.42]

(c) The probability that a question can be solved by A is $\frac{1}{3}$ and B is $\frac{1}{4}$. What is the probability that the question will be solved by any one of them ? 3

7. Which of the following statements are true *or* false ? Give a short proof or a counter-example in support of your answer : 5×2=10

(i) Two regression lines are at right angle when the correlation coefficient is zero.

(ii) From a bag containing 3 red, 6 white and 7 blue balls, two balls are drawn at random, then the probability of getting both white balls is $\frac{7}{20}$.

(iii) If $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(x-2)^2}$, then x has mean 2 and S.D. 1.

(iv) If a dice is thrown two times, then the probability of getting a sum of 10 on the faces is $\frac{1}{9}$.

(v) If X has the m. g. f. $M_X(t) = \frac{2}{2-t}$, then the S.D. of X is $\frac{1}{2}$.

MTE–11

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी.डी.पी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2024

(ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित)

एम.टी.ई.-11 : प्रायिकता और सांख्यिकी

समय : 2 घण्टे अधिकतम अंक : 50

भारिता : 70%

नोट : *(i)* प्र. सं. **7** करना अनिवार्य है।

(ii) प्रश्न संख्या **1** से **6** तक कोई ***चार*** प्रश्न कीजिए।

(iii) कैलकुलेटरों का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

(iv) सभी संकेतनों के अर्थ सामान्य हैं।

---

1. (क) एक बंटन के बिन्दु $x = 4$ के सापेक्ष पहले चार आघूर्ण $-1.5, 17, -30$ और 108 हैं। मूलबिन्दु और माध्य के सापेक्ष आघूर्ण ज्ञात कीजिए। β_1 और β_2 भी ज्ञात कीजिए। 5

(ख) यादृच्छिक चर $X = n$ के लिए प्रायिकता बंटन $p(X = n) = pq^{n-1}, n = 1, 2, 3, ...$ है। आघूर्ण जनक फलन ज्ञात कीजिए और इस प्रकार माध्य और विचलन ज्ञात कीजिए। 5

2. (क) दर्शाइए कि पहली n प्राकृतिक संख्या का भारित समान्तर माध्य, जिनका भार क्रमशः संगत संख्या है, $\frac{2n+1}{3}$ के समान है। 5

(ख) निम्नलिखित आँकड़ों से वैषम्यता गुणांक ज्ञात कीजिए : 5

x	f
6	3
7	6
8	9
9	13
10	8
11	5
12	4

3. (क) दस विद्यार्थियों के अर्थशास्त्र और सांख्यिकी में प्रतिशत अंक निम्नलिखित हैं : 5

रोल नं.	अर्थशास्त्र में अंक	सांख्यिकी में अंक
1	78	84
2	36	51
3	98	91
4	25	60
5	75	68
6	82	62
7	90	86
8	62	58
9	65	53
10	39	47

अर्थशास्त्र और सांख्यिकी में अंकों की प्रतिशतता के बीच सहसंबंध गुणांक निकालिए।

(ख) 10 प्रेक्षणों के लिए मूल्य (x) और पूर्ति (y) पर निम्नलिखित आँकड़े प्राप्त हुए :

$\Sigma x = 130, \quad \Sigma y = 220, \quad \Sigma x^2 = 2288,$

$\Sigma y^2 = 5506$ और $\Sigma xy = 3467$।

दोनों समाश्रयण रेखाओं का समीकरण ज्ञात कीजिए और मूल्य 16 होने पर पूर्ति आकलित कीजिए। 5

4. (क) दर्शाइए कि एक इकाई माध्य वाले प्वॉयसां बंटन के लिए माध्य के सापेक्ष विचलन मानक विचलन का $\frac{2}{e}$ गुना होता है। 5

(ख) 100 बैटरी सैल के एक प्रतिदर्श से जीवनकाल का परीक्षण करने के लिए निम्नलिखित आँकड़े प्राप्त किए गये : 5

$$\bar{x} = 12 \text{ hrs.}, \ \sigma = 3 \text{ hrs.}$$

मान लीजिए कि आँकड़े प्रासामान्य बंटित हैं, तो ज्ञात कीजिए कि कितने प्रतिशत बैटरी का जीवनकाल निम्नलिखित है :

(i) 15 hrs. से अधिक

(ii) 6 hrs. से कम

दिया गया है :

$P(0 < Z < 1) = 0.3413$, $P(0 < Z < 2) = 0.4772$, $P(0 < Z < 0.67) = 0.2485$

5. (क) आकार 16 वाले एक यादृच्छिक प्रतिदर्श का माध्य 53 है। माध्य से विचलन के वर्गों का योगफल 135 है। क्या यह प्रतिदर्श 56 माध्य वाली समष्टि से लिया जा सकता है ? स्पष्ट कीजिए। समष्टि के माध्य की 95% और 99% विश्वस्यता सीमा ज्ञात कीजिए। 5

[दिया गया है : $t_{0.05} = 2.13$ और $t_{0.01} = 2.95$]

(ख) निम्नलिखित आँकड़ों के लिए प्वॉयसां बंटन के लिए गुडनेस–ऑफ–फिट परीक्षण फिट कीजिए : 5

x	f
0	109
1	65
2	22
3	3
4	1

[दिया गया है : $\chi^2_{2,0.05} = 5.99$]

6. (क) A एक लक्ष्य को 5 बार में से 3 बार भेदता है, B, 5 शॉट में से 2 बार और C, 4 शॉट में से 3 बार भेदता है। तीनों एक साथ लक्ष्य पर एक शॉट दागते हैं। वह प्रायिकता क्या है कि (i) 2 शॉट लक्ष्य पर लगेंगे, (ii) कम से कम 2 शॉट लक्ष्य पर लगेंगे ? 3

(ख) एक प्रसामान्य बंटन में 31% पद 45 से नीचे हैं, और 8% पद 64 से ऊपर हैं। उस बंटन का माध्य और मानक विचलन ज्ञात कीजिए। 4

[दिया गया है :

$Z = 0.496$ के लिए क्षेत्रफल $= 0.19$

और $Z = 1.405$ के लिए क्षेत्रफल $= 0.42$ है।]

(ग) एक प्रश्न के A द्वारा हल होने की प्रायिकता $\frac{1}{3}$ और B द्वारा प्रश्न के हल होने की प्रायिकता $\frac{1}{4}$ है। वह प्रायिकता क्या है कि प्रश्न इनमें से किसी एक द्वारा हल होगा ? 3

7. निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य हैं और कौन-से असत्य ? अपने उत्तर के पक्ष में एक संक्षिप्त उपपत्ति या प्रति-उदाहरण दीजिए : $5\times2=10$

(i) जब सहसंबंध गुणांक शून्य होता है, तो दोनों समाश्रयण रेखाएँ समकोण बनाती हैं।

(ii) 3 लाल, 6 सफेद और 7 नीली गेंदों वाले एक थैले में से दो गेंदें यादृच्छया निकालने पर उन दोनों गेंदों के सफेद होने की प्रायिकता $\frac{7}{20}$ है।

(iii) यदि $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}(x-2)^2}$ है, तो x का माध्य 2 और मानक विचलन, 1 होगा।

(iv) एक पासा दो बार फेंका जाता है, उसके ऊपर योग 10 आने की प्रायिकता $\frac{1}{9}$ होगी।

(v) यदि X का m.g.f., $M_X(t)=\frac{2}{2-t}$ है, तो X का मानक विचलन SD, $\frac{1}{2}$ होगा।

× × × × × × ×