No. of Printed Pages : 13

MTE–12

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)

Term-End Examination

December, 2024

(Elective Course : Mathematics)
MTE-12 : LINEAR PROGRAMMING

Time : 2 Hours *Maximum Marks : 50*

Weightage : 70%

Note : *(i) Question No.* ***1*** *is compulsory.*

(ii) Answer any ***four*** *questions from question nos.* ***2*** *to* ***7****.*

(iii) Use of calculators is not allowed.

---

1. Which of the following statements are true and which are false ? Give a short proof or a counter-example in support of your answer : 10

   (i) A feasible solution to an LPP need not satisfy all the constraints, only some of them.

   (ii) If dual has an unbounded solution, primal has a feasible solution.

(iii) The initial basic feasible solution of a transportation problem obtained by North-West Corner Method is always optimal.

(iv) When maxmin and minimax values of the game are same, then there is a saddle point.

(v) In an LPP, the objective function specifies the dependent relationship between the decision variables and the objective function.

2. (a) Solve the following LPP graphically : 5

Maximize :

$$Z = 3x_1 + 2x_2$$

subject to the constraints :

$$-2x_1 + x_2 = 1$$
$$x_1 \leq 2$$
$$x_1 + x_2 \leq 3$$
$$x_1, x_2 \geq 0.$$

(b) An animal feed company must produce 200 kg feed of a mixture containing ingredients X_1 and X_2. X_1 costs ₹ 3 per kg and X_2 costs ₹ 8 per kg. Not more than 80 kg of X_1 can be used and minimum quantity to be used for X_2 is 60 kg. Find how much of each ingredient should be used if the company wants to minimize the cost. Formulate the mathematical model into LPP. 5

3. (a) Consider the system of equations :

$$x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 = 7$$

$$2x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 4$$

$x_1 = 1,\ \ x_2 = 1,\ \ x_3 = 1,\ \ x_4 = 0$ is a feasible solution. Reduce this feasible solution to two different basic feasible solutions. 5

(b) Use simplex method to solve the LPP : 5

Maximize :

$$Z = 2x_1 + 3x_2$$

subject to the constraints :

$$x_1 + x_2 \leq 4$$

$$-x_1 + x_2 \leq 1$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 5$$

and $x_1 \geq 0,\ y \geq 0.$

4. (a) Find the dual of the following LPP : 5

Maximize :

$$Z = 2x_1 + x_2$$

subject to the constraints :

$$x_1 + 5x_2 \leq 10$$

$$x_1 + 3x_2 \geq 6$$

$$2x_1 + 2x_2 \leq 8$$

$x_2 \geq 0$ and x_1 unrestricted.

(b) Find the optimal solution of the following transportation problem : 5

Source	Destinations			Available
	A	B	C	
I	6	8	4	14
II	4	9	8	12
III	1	2	6	5
Demand	6	10	15	

5. (a) Five men are available to do five different jobs. From past records, the time that each man takes to do the job is known and given in the following table : 5

		Jobs				
		I	II	III	IV	V
	A	2	9	2	7	1
	B	6	8	7	6	1
Men	C	4	6	5	3	1
	D	4	2	7	3	1
	E	5	3	9	5	1

Find the assignment of men to jobs that will minimize the total time taken.

(b) Examine whether the following set is convex or not : 5

$$S = \left\{(x_1, x_2) : x_1^2 + x_2^2 \leq 1, x_1 + x_2 \geq 1\right\}$$

6. (a) Solve the following 2×2 game graphically : 5

Player (B)

Player (A)	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	2	1	0	–2
A_2	1	0	3	2

(b) Formulate a suitable LPP of the following game with respect to minimization and maximization : 5

Player (B)

Player (A)			
	1	–1	3
	3	5	–3
	6	2	–2

7. (a) Using dominance, solve the following game : 5

Player (B)

Player (A)	I	II	III	IV
1	6	8	3	13
2	4	1	5	3
3	8	10	4	12
4	3	8	7	12

(b) Use two phase simplex method to solve the following LPP : 5

Maximize :

$$Z = 3x_1 - x_2$$

subject to the constraints :

$$2x_1 + x_2 \geq 2$$

$$x_1 + 3x_2 \leq 2$$

$$x_2 \leq 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

MTE–12

स्नातक उपाधि कार्यक्रम
(बी. डी. पी.)
सत्रांत परीक्षा
दिसम्बर, 2024
(ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित)
एम.टी.ई.-12 : रैखिक प्रोग्रामन

समय : 2 घण्टे *अधिकतम अंक : 50*

भारिता : 70%

नोट : *(i) प्रश्न सं. 1 अनिवार्य है।*

(ii) प्रश्न सं. 2 से 7 तक कोई ***चार*** *प्रश्न कीजिए।*

(iii) कैल्कुलेटरों का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

---

1. निम्नलिखित कथनों में से कौन-से कथन सत्य और कौन-से असत्य हैं ? अपने उत्तर के पक्ष में एक संक्षिप्त उपपत्ति या प्रति-उदाहरण दीजिए : 10

   (i) एक LPP के सुसंगत हल को सभी व्यवरोधों को संतुष्ट करने की आवश्यकता नहीं है, केवल कुछ ही पर्याप्त हैं।

(ii) यदि एक द्वैती का हल अपरिबद्ध है, तो आद्य का हल सुसंगत होता है।

(iii) उत्तर-पश्चिम कोना विधि से प्राप्त किया गया एक परिवहन समस्या का प्रारम्भिक सुसंगत हल हमेशा इष्टतम होता है।

(iv) एक खेल के अधिकतम और न्यूनतम मान समान होते हैं, तो खेल का पल्याण बिंदु होता है।

(v) एक LPP में, उद्देश्य फलन और निर्णायक चरों के बीच अस्वतंत्रता का संबंध उद्देश्य फलन निर्धारित करता है।

2. (क) निम्नलिखित LPP का ग्राफीय विधि से हल ज्ञात कीजिए : 5

अधिकतमीकरण कीजिए :

$$Z = 3x_1 + 2x_2$$

जबकि :

$$-2x_1 + x_2 = 1$$

$$x_1 \leq 2$$

$$x_1 + x_2 \leq 3$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

(ख) एक पशु चारा कंपनी को दो सामग्री X_1 और X_2 के मिश्रण से 200 kg चारा बनाना है। X_1

की लागत ₹ 3 प्रति kg और X_2 की लागत ₹ 8 प्रति kg है। X_1 के 80 kg से अधिक नहीं प्रयोग किये जा सकते हैं और X_2 की न्यूनतम 60 kg मात्रा प्रयोग की जा सकती है। यदि कंपनी लागत का न्यूनतमीकरण करती है, तो प्रत्येक सामग्री कितनी-कितनी प्रयोग होनी चाहिए ? इस गणितीय निदर्श को LPP में सूत्रित कीजिए। 5

3. (क) निम्नलिखित समीकरण निकाय लीजिए :

$$x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 = 7$$
$$2x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 4$$

$x_1 = 1, \quad x_2 = 1, \quad x_3 = 1, \quad x_4 = 0$ एक सुसंगत हल है। इस सुसंगत हल को दो भिन्न आधारी सुसंगत हल में समानीत कीजिए। 5

(ख) निम्नलिखित LPP को एकधा विधि से हल कीजिए : 5

अधिकतमीकरण कीजिए :

$$Z = 2x_1 + 3x_2$$

जबकि :

$$x_1 + x_2 \leq 4$$
$$-x_1 + x_2 \leq 1$$
$$x_1 + 2x_2 \leq 5$$
$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

4. (क) निम्नलिखित LPP की द्वैती ज्ञात कीजिए : 5

अधिकतमीकरण कीजिए :

$$Z = 2x_1 + x_2$$

जबकि :

$$x_1 + 5x_2 \leq 10$$
$$x_1 + 3x_2 \geq 6$$
$$2x_1 + 2x_2 \leq 8$$

$x_2 \geq 0$ और x_1 अप्रतिबंधित है।

(ख) निम्नलिखित परिवहन समस्या का इष्टतम हल ज्ञात कीजिए : 5

स्रोत	गंतव्य			उपलब्धता
	A	B	C	
I	6	8	4	14
II	4	9	8	12
III	1	2	6	5
माँग	6	10	15	

5. (क) पाँच व्यक्तियों को पाँच भिन्न जॉब करनी हैं। पुराने रिकॉर्ड से प्रत्येक व्यक्ति द्वारा प्रत्येक जॉब पूरी करने में लगने वाला समय ज्ञात है और निम्नलिखित तालिका में दिया गया है : 5

		जॉब				
		I	II	III	IV	V
व्यक्ति	A	2	9	2	7	1
	B	6	8	7	6	1
	C	4	6	5	3	1
	D	4	2	7	3	1
	E	5	3	9	5	1

कुल लगने वाले समय का न्यूनतमीकरण करते हुए प्रत्येक व्यक्ति का जॉब के लिए नियतन कीजिए।

(ख) जाँच कीजिए कि निम्नलिखित समुच्चय अवमुख है या नहीं : 5

$$S = \left\{(x_1, x_2) : x_1^2 + x_2^2 \leq 1, x_1 + x_2 \geq 1\right\}$$

6. (क) निम्नलिखित 2×2 खेल ग्राफीय विधि से हल कीजिए : 5

खिलाड़ी (B)

खिलाड़ी (A)		B_1	B_2	B_3	B_4
	A_1	2	1	0	–2
	A_2	1	0	3	2

(ख) अधिकतमीकरण और न्यूनतमीकरण के लिए निम्नलिखित खेल की उपयुक्त LPP सूत्रित कीजिए : 5

खिलाड़ी (B)

खिलाड़ी (A)			
1	–1	3
3	5	–3
6	2	–2

7. (क) प्रमुखता नियम से निम्नलिखित खेल हल कीजिए : 5

खिलाड़ी (B)

खिलाड़ी (A)		I	II	III	IV
	1	6	8	3	13
	2	4	1	5	3
	3	8	10	4	12
	4	3	8	7	12

(ख) द्विविमीय एकधा विधि से निम्नलिखित LPP हल कीजिए : 5

अधिकतमीकरण कीजिए :

$$Z = 3x_1 - x_2$$

जबकि :

$$2x_1 + x_2 \geq 2$$

$$x_1 + 3x_2 \leq 2$$

$$x_2 \leq 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

× × × × × × ×