BACHELOR OF SCIENCE (B. Sc.)
Term-End Examination
December, 2024

PHE–11 : MODERN PHYSICS

Time : 2 Hours *Maximum Marks : 50*

Note : *Attempt all questions. The marks for each question are indicated against it. You may use a calculator. The values of physical constants are given at the end. Symbols have their usual meanings.*

1. Answer any *five* parts : 3×5=15

 (a) The total energy of a relativistic particle is exactly twice its rest energy. Calculate its speed.

 (b) A charged particle at rest has a mean lifetime of 4×10^{-8} s. What is the mean lifetime of the particle measured by an observer at rest if the particles are moving relative to the observer at a speed of 0.6 c ? What would an observer moving with the particle measure their mean lifetime to be ?

(c) Show that the de Broglie wavelength of an electron accelerated from rest through a potential difference V is $\frac{12.2\,\text{Å}}{\sqrt{V}}$.

(d) A particle of mass *m* is confined to a one-dimensional box of size '*a*'. Use the uncertainty principle to prove that the minimum energy of the particle cannot be zero.

(e) Write the values of l and m_e for $n = 3$. Show that for $n = 3$ state there are 9 degenerate eigen functions for a hydrogen atom.

(f) Use Moseley's law to obtain the frequency of an X-ray line for an L to K transition for an atom. Take $\sigma = 4$, $R = 2.18 \times 10^{-18}$ J and $Z = 44$.

(g) Define the multiplication factor for a nuclear chain reaction. For what value of the multiplication factor is the reactor said to be critical ?

(h) Classify the following particles as leptons, baryons and mesons :

$$\pi^\circ,\ p,\ \eta^\circ,\ e,\ \Sigma^\circ,\ \tau$$

2. Answer any *one* part : 5×1=5

(a) Consider two inertial frames of reference, S and S′ in which S′ is moving with a velocity $V\hat{i}$ along the positive x-direction of the rest frame S. Derive the expression for the velocity $\vec{u}\,'$ of a particle relative to the S′ frame if its velocity relative to the S frame is $\vec{u}$.

(b) Derive the expression for the relativistic force required to give a particle an acceleration $\vec{a}$ in the direction of its motion.

3. Answer any *two* parts : 5×2=10

(a) Write down the time dependent Schrödinger equation for the one-dimensional motion of a particle of mass m moving in a potential V = V(x). From this deduce the time independent Schrödinger equation for a stationary state. 1+4

(b) The wave function of a particle is given by :

$$\psi(x) = N\sin(5x), \quad 0 \le x \le \pi$$

Determine the normalization constant N and the probability of finding the particle between $x = 0$ and $x = \frac{\pi}{4}$. 5

(c) Derive the expression for the rate of change of an observable D, which does not depend explicitly on time and show that for a free particle of mass *m* : 3+2

$$\frac{d<x>}{dt} = \frac{1}{m}\frac{d<p_x>}{dt}$$

4. Answer any *two* parts : 5×2=10

(a) The potential function for a one-dimensional rectangular potential barrier is : 2+2+1

$$V(x) = \begin{cases} 0, & x < -a \\ V_0, & -a < x < a \\ 0, & x > a \end{cases}$$

Write down the Schrödinger equation for a particle of mass *m* moving in this potential. State the boundary conditions for the wave function and the general solution for the wave function inside the barrier for $E < V_0$.

(b) Calculate $<p_x>$ for the ground state harmonic oscillator wave function given by : 5

$$\psi_0(x) = \left(\frac{a}{\sqrt{\pi}}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{a^2x^2}{2}\right)$$

where $a^2 = \frac{m\omega}{\hbar}$.

(c) State Hund's rules and obtain the spectral terms for $\mathrm{Si}(\mathrm{Z}=14)$. 3+2

5. Answer any *two* parts : 5×2=10

(a) The half life of Th^{232} is 1.4×10^{10} years. Calculate the disintegration constant in s^{-1}. Calculate the number of disintegrations per second from 1 g of thorium. Take Avogadro's number to be 6.03×10^{23}.

(b) Describe the liquid drop model of fission.

(c) Explain the structure and working of a cyclotron with the help of a schematic diagram.

Physical constants :

$h = 6.62\times10^{-34}\,\mathrm{Js}$

$\hbar = 1.054\times10^{-34}\,\mathrm{Js}$

$m_p = 1.67\times10^{-27}\,\mathrm{kg}$

$m_e = 9.1\times10^{-31}\,\mathrm{kg}$

$1\ \mathrm{eV} = 1.6\times10^{-19}\,\mathrm{J}$

$c = 3\times10^{8}\,\mathrm{ms}^{-1}$

PHE–11

विज्ञान स्नातक

(बी. एस-सी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2024

पी.एच.ई.-11 : आधुनिक भौतिकी

समय : 2 घण्टे *अधिकतम अंक : 50*

नोट : *सभी प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं। आप कैल्कुलेटर का प्रयोग कर सकते हैं। भौतिक नियतांकों के मान अन्त में दिए गए हैं। प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।*

1. किन्हीं **पाँच** भागों के उत्तर दीजिए : $3\times5=15$

(क) किसी आपेक्षिकीय कण की कुल ऊर्जा उसकी विराम ऊर्जा की ठीक दोगुना है। कण की चाल परिकलित कीजिए।

(ख) विरामावस्था में स्थित एक आवेशित कण का औसत जीवनकाल 4×10^{-8} s है। विरामावस्था में स्थित एक प्रेक्षक अपने सापेक्ष $0.6\,c$ की चाल से चल रहे आवेशित कणों का क्या औसत जीवनकाल मापेगा ? कण के साथ गतिमान एक प्रेक्षक उसके औसत जीवनकाल का क्या मान मापेगा ?

(ग) सिद्ध कीजिए कि विरामावस्था से विभवान्तर V में त्वरित एक इलेक्ट्रॉन का दे ब्रॉग्ली तरंगदैर्घ्य $\dfrac{12.2\,\text{Å}}{\sqrt{V}}$ है।

(घ) द्रव्यमान m के एक कण को आमाप 'a' के एक एकविमीय बॉक्स में परिबद्ध किया जाता है। अनिश्चितता सिद्धान्त का प्रयोग करते हुए सिद्ध कीजिए कि कण की न्यूनतम ऊर्जा शून्य नहीं हो सकती है।

(ङ) $n = 3$ के लिए l और m_e के मान लिखिए। दिखाइए कि हाइड्रोजन परमाणु की $n = 3$ अवस्था के लिए अपभ्रष्ट आइगेन फलनों की संख्या 9 है।

(च) मोज़ले के नियम का इस्तेमाल करके किसी परमाणु के L से K संक्रमण में उत्पन्न X-किरण रेखा की आवृत्ति प्राप्त कीजिए। $\sigma = 4$, $R = 2.18 \times 10^{-18}$ J और Z = 44 लीजिए।

(छ) नाभिकीय श्रृंखला अभिक्रिया के लिए गुणन कारक की परिभाषा लिखिए। गुणन कारक के किस मान के लिए रिएक्टर को क्रान्तिक कहा जाता है ?

(ज) निम्नलिखित कणों को लेप्टॉन, बेरिऑन और मीसॉन में वर्गीकृत कीजिए :

$$\pi^{\circ}, p, \eta^{\circ}, e, \Sigma^{\circ}, \tau$$

2. कोई **एक** भाग कीजिए : 5×1=5

(क) S और S′ दो जड़त्वीय निर्देश तंत्र हैं और S′, विराम तंत्र S के धनात्मक x-दिशा के अनुदिश वेग $V\hat{i}$ से गतिमान है। यदि किसी कण का वेग निर्देश तंत्र S के सापेक्ष $\vec{u}$ हो, तो निर्देश तंत्र S′ के सापेक्ष कण के वेग $\vec{u}'$ का व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए।

(ख) किसी कण को उसकी गति की दिशा में त्वरण $\vec{a}$ प्रदान करने के लिए आवश्यक आपेक्षिकीय बल का व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए।

3. कोई **दो** भाग कीजिए : 5×2=10

(क) विभव V = V(x) के अधीन गतिमान द्रव्यमान m वाले कण की एकविम गति के लिए कालाश्रित श्रोडिंगर समीकरण लिखिए। उससे स्थायी अवस्था के लिए काल स्वतंत्र श्रोडिंगर समीकरण व्युत्पन्न कीजिए। 1+4

(ख) किसी कण का तरंग फलन निम्नलिखित है :

$$\psi(x) = N \sin(5x), \quad 0 \le x \le \pi$$

प्रसामान्यीकरण नियतांक N और कण के $x = 0$ और $x = \frac{\pi}{4}$ के बीच पाये जाने की प्रायिकता परिकलित कीजिए। 5

(ग) किसी प्रेक्षणीय D, जो स्पष्ट रूप से समय पर निर्भर नहीं करता, की परिवर्तन दर का व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए। दिखाइए कि द्रव्यमान m वाले एक मुक्त कण के लिए : 3+2

$$\frac{d\langle x\rangle}{dt} = \frac{1}{m}\frac{d\langle p_x\rangle}{dt}$$

4. कोई **दो** भाग कीजिए : 5×2=10

(क) एकविम आयताकार विभव रोधिका के लिए विभव फलन निम्नलिखित है : 2+2+1

$$V(x) = \begin{cases} 0, & x < -a \\ V_0, & -a < x < a \\ 0, & x > a \end{cases}$$

इस विभव के अधीन गतिमान द्रव्यमान m के एक कण के लिए श्रोडिंगर समीकरण लिखिए। तरंग फलन के लिए परिसीमा प्रतिबन्ध लिखिए। $E < V_0$ के लिए रोधिका के अन्दर तरंग फलन के लिए व्यापक हल लिखिए।

(ख) आवर्ती दोलक की मूल अवस्था का तरंग फलन निम्नलिखित है : 5

$$\psi_0(x) = \left(\frac{a}{\sqrt{\pi}}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{a^2x^2}{2}\right)$$

जहाँ $a^2 = \frac{m\omega}{\hbar}$। इस अवस्था के लिए $< p_x >$ प्राप्त कीजिए।

(ग) हुण्ड के नियम लिखिए और Si (Z = 14) के लिए स्पेक्ट्रमी पद प्राप्त कीजिए। 3+2

5. कोई **दो** भाग कीजिए : $5 \times 2 = 10$

(क) Th^{232} की अर्ध–आयु 1.4×10^{10} वर्ष है। इसके विघटन स्थिरांक की गणना s^{-1} में कीजिए। 1 g थोरियम के लिए प्रति सेकण्ड विघटनों की संख्या की गणना कीजिए। आवोगाद्रो संख्या $= 6.03 \times 10^{23}$ लीजिए।

(ख) विखण्डन के द्रव बूँद मॉडल का विवरण दीजिए।

(ग) एक व्यवस्थित आरेख की सहायता से साइक्लोट्रॉन की संरचना और कार्यप्रणाली को समझाइए।

भौतिक नियतांक :

$h = 6.62 \times 10^{-34}\,\text{Js}$

$\hbar = 1.054 \times 10^{-34}\,\text{Js}$

$m_p = 1.67 \times 10^{-27}\,\text{kg}$

$m_e = 9.1 \times 10^{-31}\,\text{kg}$

$1\,e\text{V} = 1.6 \times 10^{-19}\,\text{J}$

$c = 3 \times 10^{8}\,\text{ms}^{-1}$

× × × × × × ×