

No. of Printed Pages : 16

BMTE-144

B. SC. (GENERAL)/B. A. (GENERAL)/

B. SC. (MULTIDISCIPLINARY)/

B. A. (MULTIDISCIPLINARY)/

B. SC. (MATHEMATICS)

(BSCG/BAG/BSCM/BAM/BSCFMT)

Term-End Examination

December, 2025

BMTE-144 : NUMERICAL ANALYSIS

Time : 3 Hours

Maximum Marks : 100

Note : (i) *Question No. 1 is compulsory.*

(ii) *Do any **six** questions from
Q. Nos. 2 to 8.*

(iii) *Use of scientific/non-programmable
calculator is allowed.*

(iv) *Symbols have their usual meanings.*

1. Which of the following statements are true and which are false ? Give a short proof or a counter-example in support of your answer :

$$5 \times 2 = 10$$

(i) The equation $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$ does not have a root in the interval $[4, 5]$.

(ii) $\mu\delta = \frac{1}{2}(\Delta - \nabla)$.

(iii) Taylor's series expansion can be derived from Maclaurin's series expansion.

(iv) A square matrix A is strictly

diagonally dominant, if $|a_{ii}| > \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |a_{ij}|$,

$$i = 1, 2, \dots, n.$$

(v) The order of convergence of the Secant method is greater than that of Newton-Raphson method.

2. (a) Find the smallest positive root of $2x - \tan x = 0$ by Newton-Raphson method, correct to 3 decimal places with $x_0 = 1$. 5

(b) Using Stirling's central difference formula, find the value of $f(1.32)$ from the following table : 5

x	$f(x)$
1.1	1.3357
1.2	1.5095
1.3	1.6984
1.4	1.9043
1.5	2.1293

(c) Solve the differential equation $y' = x + y$, $y(0) = 1$, $x \in [0,1]$ by Euler's method using $h = 0.2$. If exact value is $y(0 + 1) = 3.436564$, find the error. 5

3. (a) Find the inverse of the matrix : 8

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 8 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

using LU decomposition method with

$$l_{11} = l_{22} = l_{33} = 1.$$

- (b) Using the false position method, find a root of the equation $e^x - 3x^2 = 0$ correct to three decimal places. You may use the initial interval] 0.5, 0.1 [. Also, find the relative error. Perform three iterations. 7

4. (a) The function $y = \sin x$ is given as :

$$\sin(0) = 0, \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}, \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.$$

Find an approximate value of $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$

by Lagrange's interpolation method.

Also, find the truncation error. 5

- (b) Using Runge-Kutta fourth order method with $h = 0.1$, find an approximate value of $y(0.1)$ for the IVP $y' = y - x$, $y(0) = 2$. 5
- (c) Evaluate the integral $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$, using Trapezoidal rule with $h = 0.2$. Compare with exact value. 5
5. (a) Let $f(x)$ be any polynomial of x which satisfies $f(-1) = 3$, $f(0) = -6$, $f(3) = 39$, $f(6) = 822$, $f(7) = 1611$. Using Newton's interpolating formula, evaluate $f(1)$ and $f(2)$. 5
- (b) Using Gauss elimination method, solve the system of equations : 5

$$x + 2y - 3z + t = -5$$

$$y + 3z + t = 6$$

$$2x + 3y + z + t = 4$$

$$x + z + t = 1$$

- (c) Using synthetic division method, show that 2 is a simple root of equation : 5

$$P_4(x) = x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 8x + 12 = 0$$

6. (a) Find the first derivative of $f(x)$ at $x = 1.1$ from the following table : 6

x	$f(x)$
1	0
1.2	0.1280
1.4	1.5440
1.6	1.2960
1.8	2.4320
2	4.00

- (b) Estimate the eigen value of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{using Gershgorin}$$

bounds. Also, draw the sketch of region in which eigen value lie. 6

- (c) Given that $\{(x_i, f_i) \mid i = 0, 1, 2, \dots, n\}$ at equally spaced points, then show that : 3

$$\Delta^n f_0 = \nabla^n f_n$$

7. (a) The table below gives the value of $\tan x$ for $0.1 \leq x \leq 0.3$: 8

x	$\tan x$
0.1	0.1003
0.15	0.1511
0.2	0.2027
0.25	0.2553
0.30	0.3093

Find $\tan(0.12)$.

- (b) Using the fourth order Taylor's series method find the solution of the initial value problem : 7

$$y' = x^2 + y^2, y(0) = 0.5$$

at $x = 0.4$ taking $h = 0.2$.

8. (a) Find the real root rounded-off to two decimal places of the equation $x^4 - 4x^3 - 3x + 23 = 0$ lying in the interval $]2, 3[$ by Birge-Vieta method. 7
- (b) The equation $18x^3 - 33x^2 + 2x + 5 = 0$ has three real roots, find the intervals which contain these roots. Perform two iterations of the Bisection method to obtain the negative real root. 8

BMTE-144

बी.एस.-सी. (सामान्य) / बी. ए. (सामान्य) /
 बी.एस-सी. (बहुविषयक) / बी. ए. (बहुविषयक) /
 बी. एस-सी. (गणित)
 (बी.एस-सी.जी./बी.ए.जी./बी.एस-सी.एम./
 बी.ए.एम./बी.एस.-सी.एफ.एम.टी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2025

बी.एम.टी.ई.-144 : संख्यात्मक विश्लेषण

समय : 3 घण्टे

अधिकतम अंक : 100

नोट : (i) प्रश्न सं. 1 अनिवार्य है।

(ii) प्रश्न संख्या 2 से 8 तक कोई छः प्रश्न हल कीजिए।

(iii) अप्रोग्रामीय/वैज्ञानिक कैल्कुलेटर के प्रयोग की अनुमति है।

(iv) संकेतों के अपने अर्थ सामान्य अर्थ हैं।

1. निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य हैं और कौन-से असत्य हैं ? अपने उत्तरों की पुष्टि के लिए एक लघु उपपत्ति या प्रति-उदाहरण दीजिए :

$$5 \times 2 = 10$$

- (i) समीकरण $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$ का अंतराल $[4, 5]$ में कोई मूल नहीं है।

(ii) $\mu\delta = \frac{1}{2}(\Delta - \nabla)$ ।

- (iii) टेलर श्रेणी विस्तार, मैक्लॉरिन श्रेणी विस्तार द्वारा निकाला जा सकता है।

- (iv) एक वर्ग आव्यूह A ठीक-ठीक विकर्णीय प्रमुख है,

$$\text{यदि } |a_{ii}| > \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |a_{ij}|, \quad i = 1, 2, \dots, n।$$

- (v) छेदक विधि की अभिसरण कोटि न्यूटन-राफसन विधि की अभिसरण कोटि से अधिक होती है।

2. (क) $x_0 = 1$ के साथ न्यूटन-राफ्सन विधि द्वारा

$$2x - \tan x = 0$$

का न्यूनतम धनात्मक मूल दशमलव के तीन स्थान तक
ज्ञात कीजिए। 5

(ख) स्टिरलिंग के केन्द्र अंतर सूत्र का प्रयोग करके
निम्नलिखित तालिका से $f(1.32)$ का मान ज्ञात
कीजिए : 5

x	$f(x)$
1.1	1.3357
1.2	1.5095
1.3	1.6984
1.4	1.9043
1.5	2.1293

(ग) $h = 0.2$ के साथ आयलर विधि द्वारा अवकल
समीकरण $y' = x + y$, $y(0) = 1$, $x \in [0,1]$ हल
कीजिए। यदि सही मान $y(0 + 1) = 3.436564$ है,
तो त्रुटि ज्ञात कीजिए। 5

3. (क) LU वियोजन विधि से $l_{11} = l_{22} = l_{33} = 1$ के साथ

निम्नलिखित आव्यूह का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए : 8

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 8 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

(ख) मिथ्या स्थिति विधि का प्रयोग करके समीकरण

$$e^x - 3x^2 = 0$$
 का एक मूल दशमलव के तीन स्थानों

तक प्राप्त कीजिए। प्रारम्भिक अंतराल] 0.5, 0.1 [

है। सापेक्ष त्रुटि भी ज्ञात कीजिए। तीन पुनरावृत्ति

दर्शाइए।

7

4. (क) फलन $y = \sin x$ इस प्रकार दिया गया है :

$$\sin(0) = 0, \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}, \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.$$

लैग्रांज अंतर्वेशी विधि का प्रयोग करके $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$ का

सन्निकटन मान ज्ञात कीजिए। रुंडन त्रुटि भी ज्ञात

कीजिए।

5

(ख) $h = 0.1$ के साथ रूंगे-कुट्टा विधि का प्रयोग करके

IVP $y' = y - x$, $y(0) = 2$ के लिए $y(0.1)$ का

सन्निकटन मान ज्ञात कीजिए। 5

(ग) $h = 0.2$ के साथ समलंबी नियम का प्रयोग करके

समाकल $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$ का मान निकालिए। इसकी

तुलना ठीक-ठाक मान से कीजिए। 5

5. (क) मान लीजिए कि x की कोई बहुपद $f(-1) = 3$,

$f(0) = -6$, $f(3) = 39$, $f(6) = 822$,

$f(7) = 1611$ को संतुष्ट करती है। न्यूटन के

अंतर्वेशी सूत्र का प्रयोग करके $f(1)$ और $f(2)$ ज्ञात

कीजिए। 5

(ख) गाउस निराकरण विधि का प्रयोग करके निम्नलिखित

समीकरण निकाय हल कीजिए : 5

$$x + 2y - 3z + t = -5$$

$$y + 3z + t = 6$$

$$2x + 3y + z + t = 4$$

$$x + z + t = 1$$

- (ग) सांश्लेषिक विभाजन विधि का प्रयोग करके दर्शाइए कि समीकरण : 5

$$P_4(x) = x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 8x + 12 = 0$$

का एक सरल मूल 2 है।

6. (क) निम्नलिखित तालिका से $x = 1.1$ पर $f(x)$ का प्रथम अवकलज ज्ञात कीजिए : 6

x	$f(x)$
1	0
1.2	0.1280
1.4	1.5440
1.6	1.2960
1.8	2.4320
2	4.00

- (ख) गर्शगोरिन विधि का प्रयोग करके आव्यूह

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix} \text{ के आइगेन मान निकालिए। वह}$$

प्रदेश, जिसमें आइगेन मान है, भी आरेखित कीजिए। 6

(ग) दिया गया है $\{(x_i, f_i) \mid i = 0, 1, 2, \dots, n\}$, जहाँ

बिंदु समान दूरी पर स्थित हैं। दर्शाइए कि : 3

$$\Delta^n f_0 = \nabla^n f_n$$

7. (क) $0.1 \leq x \leq 0.3$ के लिए $\tan x$ के मान निम्नलिखित

तालिका में दिये गये हैं : 8

x	$\tan x$
0.1	0.1003
0.15	0.1511
0.2	0.2027
0.25	0.2553
0.30	0.3093

$\tan(0.12)$ ज्ञात कीजिए।

(ख) $h = 0.2$ के साथ चतुर्थ कोटि की टेलर श्रेणी का

प्रयोग करके निम्नलिखित आदिमान समस्या को

$x = 0.4$ पर हल कीजिए : 7

$$y' = x^2 + y^2, y(0) = 0.5$$

8. (क) बिरजे-विटा विधि द्वारा अंतराल]2, 3[में स्थित वास्तविक सन्निकट मूल दशमलव के दो स्थानों तक, समीकरण $x^4 - 4x^3 - 3x + 23 = 0$ के लिए ज्ञात कीजिए। 7

- (ख) समीकरण $18x^3 - 33x^2 + 2x + 5 = 0$ के तीन वास्तविक मूल हैं। वह अंतराल ज्ञात कीजिए जिनमें ये मूल स्थित हैं। द्विभाजन विधि के प्रयोग से (-) ऋणात्मक वास्तविक मूल निकालने की दो पुनरावृत्ति कीजिए। 8

× × × × ×