No. of Printed Pages : 17

BPHE–104/ PHE–04/PHE–05

BACHELOR OF SCIENCE (B. Sc.)

Term-End Examination

December, 2025

PHYSICS

BPHE-104/PHE-04 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS—I

PHE-05 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS—II

Time : 3 Hours *Maximum Marks : 50*

***Instructions* :**

(*i*) *Students registered for both BPHE-104/ PHE-04 and PHE-05 courses should answer both the question papers in two separate answer books entering their enrolment number, course code and course title clearly on both the answer books.*

(ii) Students who have registered for BPHE-104/PHE-04 or PHE-05 should answer the relevant question paper after entering their enrolment number, course code and course title on the answer book.

BPHE–104/
PHE–04/PHE–05

विज्ञान स्नातक (बी. एस-सी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2025

भौतिक विज्ञान

बी.पी.एच.ई.-104/पी.एच.ई.-04 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ—I

पी.एच.ई.-05 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ—II

समय : 3 घण्टे *अधिकतम अंक : 50*

निर्देश :

(i) जो छात्र बी. पी. एच. ई–104/पी. एच. ई.–04 और पी. एच. ई.–05 दोनों पाठ्यक्रमों के लिए पंजीकृत हैं, दोनों प्रश्न–पत्रों के उत्तर अलग–अलग उत्तर पुस्तिकाओं में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम का नाम साफ–साफ लिखकर दें।

(ii) जो छात्र बी. पी. एच. ई–104/पी. एच. ई.–04 या पी. एच. ई.–05 किसी एक के लिए पंजीकृत हैं, अपने उसी प्रश्न–पत्र के उत्तर, उत्तर पुस्तिका में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम का नाम साफ–साफ लिखकर दें।

BPHE–104/PHE–04

BACHELOR OF SCIENCE (B. Sc.)

Term-End Examination

December, 2025

BPHE-104/PHE-04 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS—I

Time : $1\frac{1}{2}$ Hours *Maximum Marks : 25*

Note : (*i*) *Attempt all questions. Internal choices are given.*

(ii) Marks for each question are given against it.

(iii) Symbols have their usual meanings.

(iv) You can use a non-programmable calculator.

1. Answer any ***three*** parts :

(a) Determine a vector $\vec{C}$ of magnitude 5 units in the direction of the vector $\vec{A} = 3\hat{i} + 4\hat{j} - 3\hat{k}$. Obtain the projection of $\vec{C}$ along the vector $\vec{B} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$. 1+3

(b) Define solenoidal field. Determine the constant k so that the vector field :

$$\vec{F} = 2x\hat{i} + (x - ky)\hat{j} + (x + z)\hat{k}$$

is solenoidal. 1+3

(c) Write the relations between the Cartesian and cylindrical coordinates of a point. Determine the cylindrical coordinates of the point having Cartesian coordinates $(1, 1, 2)$. 2+2

(d) For a scalar field ϕ, show that :

$$\vec{\nabla} \cdot (\phi\, \vec{r}) = 3\phi + \vec{r} \cdot (\vec{\nabla}\, \phi),$$

where $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$. 4

(e) Define parity transformation. What are polar and axial vectors ? Is angular velocity a polar vector or axial vector ?

1+2+1

2. Evaluate the integral :

$$\int_0^1 \left[\vec{a}(t) \cdot \frac{d\,\vec{a}(t)}{dt} \right] dt$$

given that $\vec{a}(1) = 2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ and $\vec{a}(0) = \vec{0}$. 5

Or

State Stokes' theorem. Using the theorem, prove that the curl of a conservative force field is zero everywhere. 1+4

3. Answer any *two* parts :

(a) Calculate the probability of getting x heads $(x = 1, 2)$ when an unbiased coin is tossed two times. 4

(b) The measurements of surface tension of water at various temperatures are as follows :

T (°C)	Y (dyne cm^{-1})
10	50
20	40
30	30
40	20
50	10

Calculate the correlation coefficient for this data. 4

(c) Calculate the mean of Poisson distribution. 4

BPHE–104/PHE–04

विज्ञान स्नातक (बी. एस.-सी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2025

बी.पी.एच.ई.-104/पी.एच.ई.-04 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ—I

समय : $1\frac{1}{2}$ घण्टे *अधिकतम अंक : 25*

नोट : *(i) सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आंतरिक विकल्प दिए गए हैं।*

(ii) प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं।

(iii) प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।

(iv) आप अप्रोग्रामीय कैल्कुलेटर का उपयोग कर सकते हैं।

1. किन्हीं **तीन** भागों के उत्तर दीजिए :

(क) सदिश $\vec{A} = 3\hat{i} + 4\hat{j} - 3\hat{k}$ के अनुदिश 5 एकक परिमाण वाला सदिश $\vec{C}$ ज्ञात कीजिए। सदिश $\vec{B} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ के अनुदिश $\vec{C}$ का प्रक्षेप प्राप्त कीजिए। 1+3

(ख) परिनालिकीय क्षेत्र की परिभाषा दीजिए। अचर k का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए सदिश क्षेत्र

$$\vec{F} = 2x\hat{i} + (x - ky)\hat{j} + (x + z)\hat{k}$$

परिनालिकीय हो। 1+3

(ग) किसी बिन्दु के कार्तीय एवं बेलनी निर्देशांकों के बीच का सम्बन्ध लिखिए। कार्तीय निर्देशांक (1, 1, 2) वाले बिन्दु के बेलनी निर्देशांक ज्ञात कीजिए। 2+2

(घ) किसी अदिश क्षेत्र ϕ के लिए सिद्ध कीजिए कि :

$$\vec{\nabla} \cdot (\phi\, \vec{r}) = 3\phi + \vec{r} \cdot (\vec{\nabla}\, \phi)$$

जहाँ $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ है। 4

(ङ) समता रूपांतरण की परिभाषा दीजिए। ध्रुवीय और अक्षीय सदिश क्या होते हैं ? क्या कोणीय वेग ध्रुवीय सदिश है या अक्षीय सदिश ? 1+2+1

2. समाकल $\int_0^1 \left[\vec{a}(t) \cdot \frac{d\,\vec{a}(t)}{dt} \right] dt$ की गणना कीजिए जबकि दिया गया है $\vec{a}(1) = 2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ और $\vec{a}(0) = \vec{0}$ । 5

अथवा

स्टोक्स प्रमेय का कथन दीजिए। इस प्रमेय का उपयोग करके सिद्ध कीजिए कि एक संरक्षी बल क्षेत्र का कर्ल सर्वत्र शून्य होता है। 1+4

3. किन्हीं **दो** भागों के उत्तर दीजिए :

(क) जब एक अनभिनत सिक्के को दो बार उछाला जाता है, तब x चित्त $(x = 1, 2)$ आने की प्रायिकता परिकलित कीजिए। 4

(ख) पानी के पृष्ठीय तनाव के विभिन्न तापमानों पर मान निम्नवत् है :

T (°C)	Y (dyne cm^{-1})
10	50
20	40
30	30
40	20
50	10

इन आँकड़ों के लिए सहसम्बन्ध गुणांक ज्ञात कीजिए। 4

(ग) प्वॉयसां बंटन का माध्य परिकलित कीजिए। 4

PHE–05

BACHELOR OF SCIENCE (B. Sc.)

Term-End Examination

December, 2025

PHE-05 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS—II

Time : $1\frac{1}{2}$ Hours *Maximum Marks : 25*

Note : (*i*) *Attempt all questions. However, internal choices are given.*

(ii) Marks for each question are indicated against it.

(iii) Symbols have their usual meanings.

1. Answer any ***three*** parts : 5×3=15

(a) Solve the following differential equation :

$$x\frac{dy}{dx} + \cot y = 0$$

given : $y = \frac{\pi}{4}$ and $x = \sqrt{2}$.

(b) Show that the differential equation :

$$3x\ (xy-1)\,dx+(x^3+y)\,dy=0$$

is exact. Hence, solve it.

(c) Solve the initial value problem :

$$y''-8y'+15y=0;$$

$$y(0)=4,\ y'(0)=1.$$

(d) Verify that $u_1=\cos x\cos ay$ and $u_2=\sin x\sin ay$ are both solutions of the PDE $\frac{d^2u}{dy^2}-a^2\frac{d^2u}{dx^2}=0$.

(e) The Helmholtz equation in Cartesian coordinates can be written as :

$$\left(\frac{\partial^2 f}{dx^2}+\frac{\partial^2 f}{dy^2}+\frac{\partial^2 f}{dz^2}\right)+k^2 f=0$$

where $f=f(x,y,z)$.

Reduce it to three ODEs using one-step process.

2. Attempt any *two* parts : 5×2=10

(a) A rope of length L at fixed ends weighs w kg/unit length. The ODE governing the deflection of the rope is :

$$c\frac{d^2y}{dx^2} = w\left(\frac{x^2}{2} - \frac{Lx}{3}\right)$$

where c is a constant.

Solve the differential equation for the boundary condition $y = 0$ when $x = 0$ and $y = 0$ when $x = L$.

(b) Obtain the Fourier's series for the function $f(x) = x^3$, for $-\pi < x < \pi$.

(c) The temperature distribution $T(x, t)$ in a uniform bar of length L is given by the following partial differential equation :

$$\frac{\partial T}{\partial t}(x, t) = k\frac{d^2T}{dx^2}(x, t); \quad (0 < x < L; t > 0)$$

Obtain the temperature distribution subject to the boundary conditions :

$$T(0, t) = \frac{\partial T}{\partial x}(L, t) = 0.$$

PHE–05

विज्ञान स्नातक (बी. एस-सी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2025

पी.एच.ई.-05 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ—II

समय : $1\frac{1}{2}$ घण्टे *अधिकतम अंक : 25*

नोट : (i) *सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। तथापि आंतरिक विकल्प दिए गए हैं।*

(ii) *प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं।*

(iii) *प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।*

---

1. किन्हीं **तीन** भागों को हल कीजिए : 5×3=15

(क) निम्नलिखित अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$x\frac{dy}{dx} + \cot y = 0$$

दिया है : $y = \frac{\pi}{4}$ और $x = \sqrt{2}$ ।

(ख) सिद्ध कीजिए कि अवकल समीकरण :

$$3x(xy-1)\,dx+(x^3+y)\,dy=0$$

यथायत है और उसे हल कीजिए।

(ग) निम्नलिखित आदि मान समस्या का हल प्राप्त कीजिए :

$$y''-8y'+15y=0\,;$$
$$y(0)=4,\ y'(0)=1$$

(घ) सत्यापित कीजिए कि $u_1=\cos x\cos ay$ और $u_2=\sin x\sin ay$ दोनों ही फलन आंशिक अवकल समीकरण :

$$\frac{d^2u}{dy^2}-a^2\,\frac{d^2u}{dx^2}=0$$

के हल हैं।

(ङ) कार्तीय निर्देशांकों में हेल्महोल्ट्ज समीकरण को निम्नलिखित रूप में लिखा जाता है :

$$\left(\frac{\partial^2 f}{dx^2}+\frac{\partial^2 f}{dy^2}+\frac{\partial^2 f}{dz^2}\right)+k^2 f=0$$

जहाँ $f=f(x,\ y,\ z)$।

एक चरण प्रक्रिया द्वारा इसे तीन साधारण अवकल समीकरणों के रूप में लिखिए।

2. कोई **दो** भाग हल कीजिए : 5×2=10

(क) लम्बाई L वाली एक रस्सी (rope) अपने सिरों के सहारे टिकी हुई है और इसकी प्रति एकक लम्बाई भार w kg है। रस्सी के विक्षेपण (deflection) को निर्धारित करने वाला साधारण अवकल समीकरण है :

$$c\frac{d^2y}{dx^2} = \omega\left(\frac{x^2}{2} - \frac{Lx}{3}\right)$$

जहाँ c एक अचर है।

परिसीमा प्रतिबंध $y = 0$ जब $x = 0$ और $y = 0$ जब $x = L$ के लिए अवकल समीकरण को हल कीजिए।

(ख) फलन $f(x) = x^3$, $-\pi < x < \pi$ की फूरिये श्रेणी प्राप्त कीजिए।

(ग) लम्बाई L वाली एक समांग छड़ में तापमान वितरण $T(x,t)$ अग्रलिखित आंशिक अवकल समीकरण द्वारा दिया जाता है :

$$\frac{\partial T}{\partial t}(x,t) = k\,\frac{d^2T}{dx^2}(x,t);\;\; (0 < x < L;\, t > 0)$$

परिसीमा प्रतिबंध

$$T(0,t) = \frac{\partial T}{\partial x}(L,t) = 0$$

के तहत तापमान वितरण प्राप्त कीजिए।

× × × × ×