

No. of Printed Pages : 8

MTE-01

**BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME
(BDP)**

Term-End Examination

December, 2025

Elective Course : Mathematics

MTE-01 : CALCULUS

Time : 2 Hours

Maximum Marks : 50

Weightage : 70%

Note : *Question No. 1 is compulsory. Select any
four questions from the Q. Nos. 2 to 7.
Use of calculator is not allowed.*

1. Which of the following statements are True or False. Justify your answers with a short proof or a counter-example : 10
- (i) The function, $f(x) = x|x-1|$ is differentiable.
- (ii) $\sin(x-1)$ is an odd function of x .
- (iii) If $x=c$ is a critical point of the function f , then f is derivable at $x=c$.

(iv) $y = -2x^2$ is increasing in the interval, $]-4, -2]$.

$$(v) \frac{d}{dx} \left[\int_2^{\sin x} \tan^2(2t) dt \right] = \cos x \tan^2(2 \cos x).$$

2. (a) Evaluate : 2

$$\int_1^3 x \ln x \, dx.$$

(b) Using the trapezoidal rule, evaluate $\int_3^9 \frac{dx}{x}$, dividing the interval, $[3, 9]$ into six equal sub-intervals. 4

(c) Determine the values of p and q for which the function f is given by : 4

$$f(x) = \begin{cases} \frac{p \sin x + q \sin 2x + \sin 3x}{x^5}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$$

is continuous at $x = 0$.

3. (a) Evaluate : 2

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} - \sqrt{x} \right).$$

- (b) Find the length of the arc of the cycloid,
 $x = \alpha(t + \sin t), y = \alpha(1 - \cos t)$

between $t = -\pi$ and $t = \pi$. 3

- (c) If $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n x \sin nx \, dx$ ($n \geq 1$), then
find a reduction formula for I_n and
hence evaluate I_3 . 5

4. (a) Find an approximate value of $\ln(0.9)$,
upto 3 decimal places, using
Maclaurin's expansion. 3

- (b) Evaluate : 3

$$\int \frac{dx}{(1+x)\sqrt{1-x^2}}$$

- (c) Find the area of the region bounded by
the curve, $16y^2 = x^5(4-x)$. 4

5. Trace the curve, $x^2 = y^2(x+1)^3$, stating all
the properties, used for tracing it. 10

6. (a) Find the derivative of $(\operatorname{cosec} x)^{\tan x}$
 $+ (\cot x)^{\sec x}$ with respect to x . 4

(b) Evaluate : 3

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1 + 2 \sin x + \cos x}.$$

(c) Prove that : 3

$$\tan^{-1} x > \frac{x}{1+x^2}, \quad \forall x > 0.$$

7. (a) A manufacturer can sell x items per day at a price of p rupees each, where $p = 125 - \frac{5}{3}x$. The cost of production for

x items is given by $500 + 13x + \frac{1}{5}x^2$.

Find the number of items she should produce to have maximum profit, assuming that all the items produced are sold. 3

(b) Differentiate $\sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$ with respect to $\tan^{-1}\left(\frac{2x}{1-x^2}\right)$. 3

(c) Evaluate : 4

$$\int \frac{2x+5}{x^3+x^2+3x+3} dx$$

MTE-01

स्नातक उपाधि कार्यक्रम

(बी. डी. पी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2025

ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित

एम.टी.ई.-01 : कलन

समय : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

भारिता : 70%

नोट : प्रश्न संख्या 1 अनिवार्य है। प्रश्न संख्या 2 से 7 तक कोई चार प्रश्न कीजिए। कैल्कुलेटर का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

1. निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य और कौन-से कथन असत्य हैं ? अपने उत्तर के पक्ष में एक संक्षिप्त उपपत्ति या प्रति-उदाहरण दीजिए : 10

(i) फलन $f(x) = x|x-1|$ अवकलनीय है।

(ii) $\sin(x-1)$, x का एक विषम फलन है।

(iii) यदि $x=c$ फलन f का एक क्रांतिक बिंदु है, तो f , $x=c$ पर अवकलनीय होगा।

(iv) $y = -2x^2$, अंतराल $]-4, -2]$ पर वर्धमान है।

$$(v) \frac{d}{dx} \left[\int_2^{\sin x} \tan^2(2t) dt \right] = \cos x \tan^2(2 \cos x).$$

2. (क) $\int_1^3 x \ln x \, dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

(ख) समलंबी नियम का प्रयोग करके अंतराल $[3, 9]$ को 6 बराबर उपअंतरालों में विभाजित करके $\int_3^9 \frac{dx}{x}$ का मान ज्ञात कीजिए। 4

(ग) p और q के वे मान ज्ञात कीजिए जिनके लिए

$$f(x) = \begin{cases} \frac{p \sin x + q \sin 2x + \sin 3x}{x^5}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित फलन f , $x = 0$ पर सतंत है। 4

3. (क) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} - \sqrt{x} \right)$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

(ख) चक्रज $x = a(t + \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ की $t = -\pi$ और $t = \pi$ के बीच चाप की लंबाई ज्ञात कीजिए। 3

(ग) यदि $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n x \sin nx \, dx$ ($n \geq 1$) है तो

I_n के लिए समानयन सूत्र ज्ञात कीजिये, और इस प्रकार I_3 का मान ज्ञात कीजिए। 5

4. (क) मैक्लारिन प्रसार का प्रयोग करके $\ln(0.9)$ का तीन दशमलव स्थान तक सन्निकटन मान ज्ञात कीजिए। 3

(ख) $\int \frac{dx}{(1+x)\sqrt{1-x^2}}$ का मान ज्ञात कीजिए। 3

(ग) वक्र $16y^2 = x^5(4-x)$ से घिरे प्रदेश का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 4

5. वक्र $x^2 = y^2(x+1)^3$ का आरेखण कीजिए और ऐसा करने के लिए प्रयोग किये गये गुणधर्मों को लिखिए। 10

6. (क) x के सापेक्ष $(\operatorname{cosec} x)^{\tan x} + (\cot x)^{\sec x}$ का अवकलन कीजिए। 4

(ख) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1+2\sin x + \cos x}$ का मान ज्ञात कीजिए। 3

(ग) सिद्ध कीजिए कि :

3

$$\tan^{-1} x > \frac{x}{1+x^2}, \quad \forall x > 0$$

7. (क) एक निर्माता x उत्पादों को प्रतिदिन p रुपये प्रति

उत्पाद की दर से बेचता है, जहाँ $p = 125 - \frac{5}{3}x$

है। x उत्पादों को बनाने में लगी लागत

$500 + 13x + \frac{1}{5}x^2$ है। यह मान लीजिए कि सभी

उत्पाद बिक जाते हैं, तो अधिकतम लाभ प्राप्त करने के

लिए कितने उत्पाद बनाने होंगे।

3

(ख) $\sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$ का $\tan^{-1}\left(\frac{2x}{1-x^2}\right)$ के सापेक्ष

अवकलन कीजिए।

3

(ग) $\int \frac{2x+5}{x^3+x^2+3x+3} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

4

× × × × ×