No. of Printed Pages : 15 **MTE–03**

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)

Term-End Examination

December, 2025

(ELECTIVE COURSE : MATHEMATICS)

MTE-03 : MATHEMATICAL METHODS

Time : 2 Hours *Maximum Marks : 50*

Weightage : 70%

Note : *(i) Question No.* ***7*** *is compulsory.*

(ii) Attempt any **four** *questions from Q. Nos.* ***1*** *to* ***6****.*

(iii) Use of calculator is not allowed.

---

1. (a) Let x, y, z be in AP and their sum is 15. If 1, 3, 9 are added to these three numbers respectively, then they form a GP. Find x, y and z. 3

(b) Consider the normal distribution of weights of the students in a college with mean 55 kg and standard deviation 5 kg. What is the probability that a student :

(i) weighs between 60.5 and 64.5 kg ?

(ii) weighs more than 65 kgs ?

You may use the following data :

[$\phi(1) = 0.8413$, $\phi(1.1) = 0.8643$, $\phi(1.9) = 0.9713$, $\phi(2) = 0.9772$, $\phi(2.1) = 0.9821$] 5

(c) If $y = \dfrac{\sin^{-1} x}{\sqrt{1 - x^2}}$, prove that

$$(1 - x^2)\frac{dy}{dx} = xy + 1$$ 2

2. (a) Find the maximum value of $\dfrac{l_n x}{x}$ where $0 < x < \infty$. 3

(b) Consider the set X = {x, y, z, v, w} and let A = {x, y} and B = {y, z, w} be subsets of X. Verify the De Morgan's laws for A and B. 3

(c) For the data given below, find the line of regression of Y on X : 4

X	6	8	9	10	12
Y	3	4	5	6	7

3. (a) Solve the differential equation

$$3e^x \tan y + (1 - e^x)\sec^2 y \frac{dy}{dx} = 0$$ 3

(b) Prove with the help of vectors that the points A(1, – 2, 3), B(2, 0, 4) and C(0, 3, 0) form a right-angled triangle. 3

(c) Five bags of rice weigh 102 kg each and author eight bags weigh 98 kg each. What is the average weight of the 13 bags ? 2

(d) Show that :

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{if } x \leq 1 \\ \dfrac{1}{x-1}, & \text{if } x > 1 \end{cases}$$

is discontinuous at $x = 1$. 2

4. (a) Let $f(x, y) = \dfrac{x^3 + y^3 + 3xy}{x + y}$, show that

$f_{xy} = f_{yx}$. 3

(b) Two identical coins are tossed simultaneously 100 times. Two heads appear 30 times, two tails appear 30 times and one head and one tail appear 40 times. Does this result agree with the hypothesis that the coin is unbiased at 5% level of significance ?

[$\chi^2_{1,0.05} = 3.84$, $\chi^2_{2,0.05} = 5.99$,

$\chi^2_{3,0.05} = 7.82$] 5

(c) The mean and standard deviation of a binomial distribution with parameters n and p are 10 and $\sqrt{6}$ respectively. Find the value of p and n. 2

5. (a) Obtain the equation of the sphere having centre on the line $\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-5}$ and passing through the points (0, – 2, –4) and (2, – 1, – 1). 5

(b) Three boxes have :

B_1 : 5 Red, 5 Black

B_2 : 4 Red, 8 Black

B_3 : 3 Red, 6 Black

balls respectively. One box is chosen at random and a ball is drawn, which is found to be black. Find the probability that the box B_3 was chosen. 3

(c) Consider a population of five units : A, B, C, D, E. List all possible samples of size 2 drawn from the above population without replacement. 2

6. (a) Find the asymptotes of the curve

$$y(x - y)^3 - y(x - y) = 2.$$ 4

(b) The probability of getting no misprint in a page of a book is e^{-4}. What is the probability that a page contains more than 2 misprints ? 3

(c) A reading test is given to an elementary school class that consists of 12 girls and 10 boys. The results of the test are :

	Girls	Boys
Mean	74	70
SD	8	10

Is the difference between the means of two groups significant at 5% level of significance ? 3

[$t_{20,0.05} = 2.086$, $t_{22,0.05} = 2.074$ and $t_{21,0.05} = 2.080$]

7. State whether the following statements are **True** or **False**. Give reasons in support of your answers : 10

(i) The function $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ defined as $f(x) = x^2$ is injective.

(ii) Suppose X has the uniform distribution on $[a, b]$, then the mean of X is $\frac{b-a}{2}$.

(iii) The domain of the real-valued function $f(x) = \frac{\sqrt{1-2x}}{1+x}$ is the set of all real numbers.

(iv) The functions $f(x) = \sin x$ is monotonic in the internal $[0, \pi]$.

(v) The two variables X and Y are positively correlated then the correlation coefficient between X and Y lies within [0, 1].

MTE–03

स्नातक उपाधि कार्यक्रम

(बी. डी. पी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2025

(ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित)

एम.टी.ई.–03 : गणितीय विधियाँ

समय : 2 घण्टे *अधिकतम अंक : 50*

भारिता : 70%

नोट : *(i) प्रश्न संख्या **7** करना अनिवार्य है।*

*(ii) प्रश्न संख्या **1** से **6** तक कोई **चार** प्रश्न कीजिए।*

(iii) कैल्कुलेटर का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

---

1. (क) मान लीजिए x, y, z समांतर श्रेणी में हैं और इनका योगफल 15 है। यदि इन तीन संख्याओं में क्रमशः 1, 3, 9 जोड़ा जाए तो ये संख्याएँ GP में हो जाती हैं। x, y और z ज्ञात कीजिए। 3

(ख) एक कॉलेज के छात्रों के भारों का प्रसामान्य बंटन लीजिए जिसका माध्य 55 kg है और मानक विचलन 5 kg है। इस बात की प्रायिकता क्या है कि एक छात्र का भार

(i) 60.5 kg और 64.5 kg के बीच हो ?

(ii) 65 kg से अधिक हो ?

इस संबंध में निम्नलिखित आँकड़े उपयोगी सिद्ध हो सकते हैं :

[$\phi(1) = 0.8413$, $\phi(1.1) = 0.8643$, $\phi(1.9) = 0.9713$, $\phi(2) = 0.9772$, $\phi(2.1) = 0.9821$] 5

(ग) यदि $y = \frac{\sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}}$, तो सिद्ध कीजिए कि

$$(1-x^2)\frac{dy}{dx} = xy + 1$$ 2

2. (क) $\frac{l_n x}{x}$ का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए, जहाँ $0 < x < \infty$. 3

(ख) समुच्चय X = $\{x, y, z, v, w\}$ लीजिए और मान लीजिए A = $\{x, y\}$ और B = $\{y, z, w\}$ समुच्चय X के उपसमुच्चय हैं। A और B के लिए द मॉर्गन नियम सत्यापित कीजिए। 3

(ग) नीचे दिए गए आँकड़ों के लिए X पर Y की समाश्रयण रेखा ज्ञात कीजिए : 4

X	6	8	9	10	12
Y	3	4	5	6	7

3. (क) अवकल समीकरण

$$3e^x \tan y + (1 - e^x)\sec^2 y \frac{dy}{dx} = 0$$

का हल निकालिए। 3

(ख) सदिशों की सहायता से यह सिद्ध कीजिए कि बिन्दुओं A(1, – 2, 3), B(2, 0, 4) और C(0, 3, 0) से एक समकोण त्रिभुज बनता है। 3

(ग) चावल की पाँच बोरियों में प्रत्येक बोरी का भार 102 kg है और अन्य आठ बोरियों में प्रत्येक बोरी का भार 98 kg है। इन 13 बोरियों का औसत भार निकालिए। 2

(घ) दिखाइए कि $x = 1$ पर फलन

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{यदि } x \leq 1 \\ \dfrac{1}{x-1}, & \text{यदि } x > 1 \end{cases}$$

असंतत् है। 2

4. (क) मान लीजिए

$$f(x, y) = \frac{x^3 + y^3 + 3xy}{x + y} \text{ है।}$$

दिखाइए कि $f_{xy} = f_{yx}$. 3

(ख) दो समान सिक्कों को एक साथ 100 बार उछालने पर दो चित 30 बार आते हैं, दो पट 30 बार आते हैं और एक चित एक पट 40 बार आते हैं। क्या यह परिणाम

इस परिकल्पना से मेल खाता है कि 5% सार्थकता स्तर पर सिक्का अनभिनत है ? 5

$[\chi^2_{1,0.05} = 3.84, \chi^2_{2,0.05} = 5.99,$

$\chi^2_{3,0.05} = 7.82]$

(ग) प्रांचल n और p वाले एक द्विपद बंटन के माध्य और मानक विचलन क्रमशः 10 और $\sqrt{6}$ हैं। p और n के मान ज्ञात कीजिए। 2

5. (क) उस गोले की समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका केन्द्र रेखा $\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-5}$ पर स्थित है और जो बिन्दुओं (0, – 2, – 4) और (2, – 1, – 1) से होकर जाता है। 5

(ख) तीन बक्सों में क्रमशः

B_1 : 5 लाल, 5 काली

B_2 : 4 लाल, 8 काली

B_3 : 3 लाल, 6 काली

गेंदें हैं। एक बक्सा यादृच्छया चुना जाता है और उसमें से एक गेंद निकाली जाती हैं, जो कि काले रंग की है। वह प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि चुना गया बक्सा B_3 था। 3

(ग) पाँच इकाइयाँ : A, B, C, D, E वाली एक समष्टि लीजिए। प्रतिस्थापन किये बिना ऊपर की समष्टि से लिए गए आकार 2 के सभी सम्भावित प्रतिदर्श लिखिए। 2

6. (क) वक्र $y(x-y)^3 - y(x-y) = 2$ की अनंतस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए। 4

(ख) एक पुस्तक के एक पेज पर कोई गलती न होने की प्रायिकता e^{-4} है। एक पेज पर 2 से अधिक गलतियाँ होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 3

(ग) एक स्कूल की प्राइमरी कक्षा के बच्चों का, जिनमें 12 लड़कियाँ और 10 लड़के हैं, एक रीडिंग परीक्षण लिया गया। परिणाम अग्रलिखित हैं : 3

	लड़कियाँ	लड़के
माध्य	74	70
मानक विचलन	8	10

क्या 5% सार्थकता–स्तर पर दोनों वर्गों के माध्यों के बीच सार्थक अंतर है ?

[$t_{20,0.05} = 2.086$, $t_{22,0.05} = 2.074$ तथा $t_{21,0.05} = 2.080$]

7. निम्नलिखित कथनों में से कौन–से कथन सत्य और असत्य हैं ? अपने उत्तर का स्पष्टीकरण दीजिए : 10

(i) $f(x) = x^2$ के रूप में परिभाषित फलन $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ एकांकी है।

(ii) मान लीजिए कि $[a, b]$ पर X का एक समान बंटन है, तो X का माध्य $\frac{b-a}{2}$ होगा।

(iii) वास्तविक मान फलन $f(x) = \frac{\sqrt{1-2x}}{1+x}$ का प्रांत सभी वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है।

(iv) अंतराल [0, π] में फलन $f(x) = \sin x$ एकदिष्ट है।

(v) दो चरों X और Y धनात्मक रूप से सहसंबंधित हों, तो X और Y के बीच सहसंबंध गुणांक [0, 1] में होगा।

× × × × ×