No. of Printed Pages : 15

MTE–04/MTE–05

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)

Term-End Examination

December, 2025

(Elective Course : Mathematics)

MTE-04 : ELEMENTARY ALGEBRA

AND

MTE-05 : ANALYTICAL GEOMETRY

Time : 3 Hours *Maximum Marks : 50*

***Instructions* :**

1. *Students registered for both MTE-04 and MTE-05 courses should answer both the question papers in two separate answer books entering their enrolment number, course code and course title clearly on both the answer books.*
2. *Students who have registered for MTE-04 or MTE-05 should answer the relevant question paper after entering their enrolment number, course code and course title on the answer book.*

MTE–04/MTE–05

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी. डी. पी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2025

(ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित)

एम.टी.ई.–04 : प्रारंभिक बीजगणित

एवं

एम.टी.ई.–05 : वैश्लेषिक ज्यामिति

समय : 3 घण्टे *अधिकतम अंक : 50*

निर्देश :

1. *जो छात्र एम.टी.ई.–04 और एम.टी.ई.–05 दोनों पाठ्यक्रमों के लिए पंजीकृत हैं, दोनों प्रश्न–पत्रों के उत्तर अलग–अलग उत्तर पुस्तिकाओं में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ–साफ लिखकर दें।*
2. *जो छात्र एम.टी.ई.–04 या एम.टी.ई.–05 किसी एक के लिए पंजीकृत हैं, अपने उसी प्रश्न–पत्र के उत्तर उत्तर–पुस्तिका में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ–साफ लिखकर दें।*

MTE–04

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)

Term-End Examination

December, 2025

MTE-04 : ELEMENTARY ALGEBRA

Time : $1\frac{1}{2}$ Hours *Maximum Marks : 25*

Note : *Question No.* ***5*** *is compulsory. Do any* ***three*** *questions from Question Nos.* ***1*** *to* ***4****. Use of calculator is not allowed.*

---

1. (a) If z_1 and z_2 are complex numbers such that both $z_1 + z_2$ and $z_1 z_2$ are real numbers, show that either z_1 or z_2 are purely real or $z_1 = \bar{z}_2$. 3

(b) If A, B and C are subsets of a universal set U such that $A \cup B = A \cup C$ and $A \cap B = A \cap C$, then prove that $B = C$. 2

2. (a) Show that : 3

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 & a^3+bcd \\ 1 & b & b^2 & b^3+acd \\ 1 & c & c^2 & c^3+abd \\ 1 & d & d^2 & d^3+abc \end{vmatrix} = 0$$

(b) Solve the following system using Cramer's rule : 2

$$x+2y-3z=1$$

$$2x-y+z=4$$

$$x+3y=5.$$

3. (a) If $a, b, c, d > 0$ and $a+b+c+d=1$, prove that : 3

$$\frac{a}{1+b+c+d}+\frac{b}{1+a+c+d}+\frac{c}{1+a+b+d}+\frac{d}{1+a+b+c} \geq \frac{4}{7}.$$

(b) Let α, β and γ be the three roots of the cubic equation $x^3+px^2+qx+r=0$, $p, q, r \in \mathbf{R}$. Find the values of : 2

(i) $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2$

(ii) $\alpha^2\beta+\beta^2\alpha+\gamma^2\alpha+\beta^2\gamma+\alpha^2\gamma+\gamma^2\beta$

4. Solve the equation : 5

$$x^4 - 10x^3 + 42x^2 - 82x + 65 = 0,$$

given that the product of two of its roots is 13.

5. Which of the following statements are **true** and which are **false** ? Justify your answer by giving a short proof or a counter-example : 5×2=10

(i) If A is a square matrix having two identical rows, then $|A| = 0$.

(ii) An equation $a_n x^n + \ldots + a_1 x + a_0 = 0$, $a_i \in \mathbf{R}$, n odd, must have a real root.

(iii) For any $a, b, c \in \mathbf{R}$,

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$$

(iv) If A and B are any two nonempty sets, then :

$$A \setminus B = A \cap B^C$$

(v) If $z = -1 + i$, then $\text{Arg}\left(\frac{1}{z}\right) = \frac{\pi}{4}$.

MTE–04

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी. डी. पी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2025

एम.टी.ई.-04 : प्रारंभिक बीजगणित

समय : $1\frac{1}{2}$ घण्टे *अधिकतम अंक : 25*

नोट : *प्रश्न सं.* ***5*** *अनिवार्य है। प्रश्न सं.* ***1*** *से* ***4*** *तक किन्हीं* ***तीन*** *प्रश्नों के उत्तर दीजिए। कैल्कुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।*

---

1. (क) यदि z_1 और z_2 सम्मिश्र संख्याएँ ऐसी हैं कि दोनों $z_1 + z_2$ और $z_1 z_2$ वास्तविक संख्याएँ हैं तो दिखाइए या तो z_1 या z_2 पूर्णतः वास्तविक संख्या हैं या $z_1 = \bar{z}_2$ है।

(ख) यदि समष्टीय समुच्चय U के तीन उपसमुच्चय A, B और C इस प्रकार हैं, कि $A \cap B = A \cap C$ और $A \cup B = A \cup C$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $B = C$ है। 2

2. (क) दिखाइए कि : 3

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 & a^3 + bcd \\ 1 & b & b^2 & b^3 + acd \\ 1 & c & c^2 & c^3 + abd \\ 1 & d & d^2 & d^3 + abc \end{vmatrix} = 0$$

(ख) निम्नलिखित रैखिक समीकरणों को क्रैमर-नियम से हल कीजिए : 2

$$x + 2y - 3z = 1$$
$$2x - y + z = 4$$
$$x + 3y = 5$$

3. (क) यदि $a, b, c, d > 0$ और $a + b + c + d = 1$ है, तो सिद्ध कीजिए कि : 3

$$\frac{a}{1+b+c+d} + \frac{b}{1+a+c+d} + \frac{c}{1+a+b+d} + \frac{d}{1+a+b+c} \geq \frac{4}{7}.$$

(ख) मान लीजिए कि α, β और γ त्रिघात समीकरण $x^3 + px^2 + qx + r = 0$, $p, q, r \in \mathbf{R}$ के तीन मूल हैं, तो : 2

(i) $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$

(ii) $\alpha^2\beta + \beta^2\alpha + \gamma^2\alpha + \beta^2\gamma + \alpha^2\gamma + \gamma^2\beta$

का मान ज्ञात कीजिए।

4. समीकरण $x^4 - 10x^3 + 42x^2 - 82x + 65 = 0$ को हल कीजिए, जबकि इसके दो मूलों का गुणनफल 13 है। 5

5. निम्नलिखित में से कौन–से कथन **सत्य** हैं और कौन–से **असत्य** हैं ? किसी संक्षिप्त उपपत्ति या प्रति–उदाहरण द्वारा अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए : 5×2=10

(i) यदि A एक वर्ग आव्यूह है जिसकी दो पंक्तियाँ समान हैं, तो $|A| = 0$ होगा।

(ii) समीकरण $a_n x^n + ... + a_1 x + a_0 = 0$, $a_i \in \mathbf{R}$ जहाँ n विषम है, का एक वास्तविक मूल अवश्य होगा।

(iii) किसी भी $a, b, c \in \mathbf{R}$ के लिए $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$ होगा।

(iv) यदि A और B कोई दो अरिक्त समुच्चय हैं; तो $A \setminus B = A \cap B^C$ होगा।

(v) यदि $z = -1 + i$ है, तो $\text{Arg}\left(\frac{1}{z}\right) = \frac{\pi}{4}$ होगा।

MTE–05

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)

Term-End Examination

December, 2025

MTE-05 : ANALYTICAL GEOMETRY

Time : $1\frac{1}{2}$ Hours *Maximum Marks : 25*

Note : *Question No.* ***1*** *is compulsory. Do any* ***three*** *questions from Question Nos.* ***2*** *to* ***5****. Use of calculator is not allowed.*

---

1. Check whether the following statements are **true** *or* **false** ? Justify your answers : 10

   (i) The direction ratios of the line $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3}$, $z = 4$ are $2, 3, 4$.

   (ii) $S = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid y^2 + z^2 = 1\right\}$ represents a circle.

   (iii) The angle between the planes $x + y + 2z = 5$ and $2x + 4y + 3 = 0$ is 60°.

(iv) There exists a unique plane passing through a line and a point not lying on the line.

(v) The eccentricity of $x^2 - y^2 = 1$ is 1.

2. (a) Find the equation of the normal to $y^2 = 4x$ at $(1, 1)$. Also find k such that this normal is a tangent to $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = k$.

3

(b) Identify the object obtained by taking the planar section of the conicoid $2y^2 + x^2 = 2z$ by the plane $2x + y + z = 0$.

2

3. (a) Find the equation of the plane through the points $(2, 2, 1), (1, -2, 3)$ and parallel to the line joining the points $(2, 1, -3)$ and $(-1, 5, -8)$. 3

(b) Give an example, with justification, of a curve which is symmetric about the line $y = x$ but not symmetric about either of the coordinate axes. 2

4. (a) Reduce the equation :

$$x^2 + 2xy + y^2 - 10x + 2y - 5 = 0$$

to standard form. 3

(b) The difference between the focal distances of a point on a hyperbola is 2 and its eccentricity is $\sqrt{2}$. Find its equation. 2

5. (a) Find the equation of the right circular cylinder whose base curve is the section of $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ by the plane $2x - y + z = 2$. 3

(b) If α, β and γ are the angles a line makes with the x, y and z-axes, respectively then show that : 2

$$\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 2.$$

MTE–05

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी. डी. पी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2025

एम.टी.ई.-05 : वैश्लेषिक ज्यामिति

समय : $1\frac{1}{2}$ घण्टे *अधिकतम अंक : 25*

नोट : *प्रश्न सं. **1** करना अनिवार्य है। प्रश्न सं. **2** से **5** तक से किन्हीं **तीन** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। कैल्कुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।*

1. जाँच कीजिए कि निम्नलिखित कथन **सत्य** हैं या **असत्य**। अपने उत्तरों की पुष्टि कीजिए : 10

   (i) रेखा $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{3}$, $z=4$ के दिक्-अनुपात 2, 3, 4 हैं।

   (ii) $S=\left\{(x, y, z)\in R^3 \mid y^2+z^2=1\right\}$ एक वृत्त को निरूपित करता है।

(iii) समतलों $x+y+2z=5$ और $2x+4y+3=0$ के बीच का कोण $60°$ है।

(iv) एक रेखा और उस रेखा से परे एक बिन्दु से केवल एक ही समतल गुजरता है।

(v) $x^2 - y^2 = 1$ की उत्केंद्रता 1 है।

2. (क) $(1,1)$ पर $y^2 = 4x$ के अभिलंब का समीकरण ज्ञात कीजिए। साथ ही k का वह मान ज्ञात कीजिए जिससे कि यह अभिलंब शांकव $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=k$ की स्पर्श रेखा बन जाए। 3

(ख) शांकवज $2y^2 + x^2 = 2z$ के समतल $2x+y+z=0$ से परिच्छेद से बनने वाली आकृति को पहचानिए। 2

3. (क) उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं $(2,2,1),(1,-2,3)$ से गुजरता हो और बिंदुओं $(2,1,-3)$ और $(-1,5,-8)$ को मिलाने वाली रेखा के समांतर हो। 3

(ख) पुष्टि सहित एक ऐसे वक्र का उदाहरण दीजिए जो रेखा $y = x$ के सापेक्ष सममित हो लेकिन किसी भी निर्देशांक अक्ष के सापेक्ष सममित न हो। 2

4. (क) समीकरण $x^2 + 2xy + y^2 - 10x + 2y - 5 = 0$ को मानक रूप में समानीत कीजिए। 3

(ख) एक अतिपरवलय पर एक बिन्दु की नाभीय दूरियों का अन्तर 2 है और इस अतिपरवलय की उत्केंद्रता $\sqrt{2}$ है। इसका समीकरण ज्ञात कीजिए। 2

5. (क) उस लंबवृत्तीय बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका आधार वक्र समतल $2x - y + z = 2$ द्वारा $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ का परिच्छेद है। 3

(ख) यदि एक रेखा x, y और z-अक्षों से क्रमशः α, β और γ कोण बनाती है तो दिखाइए कि $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 2$ है। 2

× × × × ×