

**BACHELOR'S DEGREE  
PROGRAMME  
(BDP)**

**Term-End Examination**

**December, 2025**

**(Elective Course : Mathematics)**

**MTE-10 : NUMERICAL ANALYSIS**

*Time : 2 Hours*

*Maximum Marks : 50*

*Weightage : 70%*

---

***Note :** Answer any **five** questions. All computations may be done upto 3 decimal places. Use of calculators is **not** allowed. Symbols have their usual meanings.*

---

1. (a) From the following table, find the Lagrange's interpolating polynomial which agrees with the values of  $x$  at the

given values of  $y$ . Hence, find the value of  $x$  when  $y = 2$  : 5

$x$	$y$
8	1
4	3
3	4
2	5

(b) Solve the system of linear equations :

$$2x + 3y + z = 5$$

$$4x + 7y + 7z = 1$$

$$6x + 7y - 4z = 2$$

using the LU decomposition method. 5

2. (a) Show that : 4

$$(E+1)\delta = 2(E-1)\mu$$

(b) The following table gives the population of a town (in thousands), during 5 consecutive censuses. Calculate the population in the years 1985 and 1986. Hence, obtain the increase in the population during the period 1985 to 1986 : 6

Year	Population
1971	12
1981	15
1991	20
2001	27
2011	49

3. (a) Using the classical fourth order Runge-Kutta method, find the approximate value of  $y(0.4)$  for the IVP :

$$y' = 2 + x^2 - xy, \quad y(0) = 0$$

with the step size  $h = 0.2$ . 5

- (b) Perform *three* iterations of power method to find the largest eigen value in magnitude and the corresponding eigen vector of the matrix : 5

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & -1 \\ -2 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

Take  $x_0 = (1, 0, 0)^T$ .

4. (a) Using the Bisection method, find an appropriate root of the equation  $2x^3 - x - 4 = 0$  in the interval  $]1, 2[$ . Perform 4 iterations only. 5

- (b) Can Newton-Raphson method be used to solve the equation  $x^{\frac{1}{3}} = 0$  ? Give reasons for your answer. 2

- (c) Perform *one* iteration of the Birge-Vieta method to a approximate root of the equation  $2x^4 - 3x^2 + 3x - 4 = 0$ , starting with  $x_0 = -2$ . 3

5. (a) Check whether or not the fixed point iteration method :

$$x_{n+1} = -\frac{2x_n + 1}{x_n}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

converges to the root  $-1$  for the equation  $x^2 + 2x + 1 = 0$ . 5

- (b) Find the inverse of the matrix :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \frac{3}{2} & 2 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

using Gauss-Jordan method. 5

6. (a) The following table, list the values of  $\ln(x^2)$  for different values of  $x$  in the range [2, 5] :

5

$x$	$\ln(x^2)$
2	1.386
2.5	1.832
3	2.197
3.5	2.506
4	2.772
4.5	3.008
5	3.219

Use the Romberg integral technique on the approximate integrals found by Trapezoidal rule at  $h = 0.5$  and  $0.25$ , to obtain a refined estimate of  $\int_2^5 \ln(x^2) dx$ .

- (b) Estimate the eigen values of the following matrix using Gerschgorin bounds :

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Also give a rough sketch of the bounds. 5

7. (a) Find the solution of the initial value difference equations : 5

$$y_{n+2} - 4y_{n+1} + 3y_n = 2^n, y_0 = 0, y_1 = 1$$

- (b) If Gauss-Seidel method is used to solve the system of equations :

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & 2 \\ 5 & 4 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

then check whether the method converges or not. 5

**MTE-10**

स्नातक उपाधि कार्यक्रम

(बी. डी. पी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2025

(ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित)

एम.टी.ई.-10 : संख्यात्मक विश्लेषण

समय : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

भारिता : 70%

---

**नोट :** किन्हीं पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। सभी गणनाएँ दशमलव के तीन स्थानों तक की जा सकती हैं। कैल्कुलेटरों के प्रयोग की अनुमति नहीं है। प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।

---

1. (क) अग्रलिखित सारणी से वह लैग्रांज अंतर्वेशी बहुपद ज्ञात कीजिए जो दिए गए  $y$  के मानों पर  $x$  के मानों से सहमत होता है। इस प्रकार जब  $y = 2$  हो, तब  $x$  का मान ज्ञात कीजिए : 5

$x$	$y$
8	1
4	3
3	4
2	5

(ख) LU वियोजन विधि से निम्नलिखित रैखिक समीकरण

निकाय को हल कीजिए : 5

$$2x + 3y + z = 5$$

$$4x + 7y + 7z = 1$$

$$6x + 7y - 4z = 2$$

2. (क) दिखाइए कि : 4

$$(E+1)\delta = 2(E-1)\mu$$

होता है।

(ख) निम्नलिखित सारणी में, 5 क्रमागत जनगणनाओं में

प्राप्त किसी कस्बे की आबादी (हजारों में) दी गई है।

वर्ष 1985 और 1986 में आबादी ज्ञात कीजिए। इस

प्रकार, अंतराल 1985 से 1986 में आबादी में वृद्धि

ज्ञात कीजिए : 6

वर्ष	आबादी
1971	12
1981	15
1991	20
2001	27
2011	49

3. (क) चिरप्रतिष्ठित चतुर्थ कोटि रूंगे-कुट्टा विधि से आदिमान समस्या :

$$y' = 2 + x^2 - xy, \quad y(0) = 0$$

के लिए सोपान लम्बाई  $h = 0.2$  लेकर  $y(0.4)$  का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए। 5

(ख) आव्यूह :

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & -1 \\ -2 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

का परिणाम में अधिकतम आईगेन मान और उसके संगत आईगेन सदिश ज्ञात करने के लिए घात विधि की दो पुनरावृत्तियाँ दीजिए : 5

$x_0 = (1, 0, 0)^T$  लीजिए।

4. (क) समद्विभाजन विधि से अंतराल ]1, 2[ में समीकरण

$$2x^3 - x - 4 = 0 \text{ का एक सन्निकट मूल ज्ञात}$$

कीजिए। केवल पुरावृत्तियाँ प्रदर्शित कीजिए। 5

- (ख) क्या समीकरण  $x^{\frac{1}{3}} = 0$  को हल करने के लिए

न्यूटन-रैफसन विधि का प्रयोग किया जा सकता है ?

अपने उत्तर के कारण दीजिए। 2

- (ग) समीकरण  $2x^4 - 3x^2 + 3x - 4 = 0$  का एक

सन्निकट मूल ज्ञात करने के लिए  $x_0 = -2$  से प्रारम्भ

करके बिर्ज-विष्टा विधि की एक पुनरावृत्ति दीजिए। 3

5. (क) जाँच कीजिए कि नियत बिन्दु पुनरावृत्ति विधि

$$x_{n+1} = -\frac{2x_n + 1}{x_n}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

समीकरण  $x^2 + 2x + 1 = 0$  के मूल  $-1$  को

अभिसरित होती है या नहीं। 5

(ख) गाउस-जॉर्डन विधि से आव्यूह :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \frac{3}{2} & 2 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए।

5

6. (क) निम्नलिखित सारणी में अंतराल  $[2, 5]$  में  $x$  के मानों के लिए  $\ln(x^2)$  के मानों को सूचीबद्ध किया गया है :

$x$	$\ln(x^2)$
2	1.386
2.5	1.832
3	2.197
3.5	2.506
4	2.772
4.5	3.008
5	3.219

$\int_2^5 \ln(x^2) dx$  का परिष्कृत आकलन प्राप्त करने के लिए,  $h = 0.5$  और  $0.25$  पर समलंबी नियम से प्राप्त सन्निकटन समाकलों पर रोम्बर्ग समाकल तकनीक का प्रयोग कीजिए।

5

(ख) निम्नलिखित आव्यूह के आइगेन मानों का आकलन  
गर्सगोरिन परिवर्तनों द्वारा कीजिए :

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

साथ ही, परिवर्तनों का स्थूल आरेख भी दीजिए। 5

7. (क) आदिमान अन्तर समीकरणों :

$$y_{n+2} - 4y_{n+1} + 3y_n = 2^n, \quad y_0 = 0, \quad y_1 = 1$$

का हल ज्ञात कीजिए। 5

(ख) यदि समीकरण निकाय :

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & 2 \\ 5 & 4 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

को हल करने के लिए गाउस-सीडल विधि का प्रयोग  
किया जाता है, तो जाँच कीजिए कि यह विधि  
अभिसरित होगी या नहीं। 5

× × × × ×