No. of Printed Pages : 14

MTE–12

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)

Term-End Examination

December, 2025

(Elective Course : Mathematics)

MTE-12 : LINEAR PROGRAMMING

Time : 2 Hours *Maximum Marks : 50*

Weightage : 70%

Note : *(i) Question No. **1** is compulsory.*

*(ii) Answer any **four** questions from Question Nos. **2** to **7**.*

(iii) Use of calculator is not allowed.

---

1. Which of the following statements are true and which are false ? Give a short proof or a counter-example in support of your answer : 2×5=10

   (i) For any two square matrix A and B, AB = BA.

   (ii) For each cell (i, j) in an optimal solution of a transportation problem, $(u_i + v_j - c_{ij})x_{ij} = 0$.

(iii) The set $S = \{(x, y) \mid y^2 \geq 9x,\ x^2 + y^2 \leq 1\}$ is a convex set.

(iv) If a constant is added to all the elements of a payoff matrix in a two-person zero-sum game, then the value of the game does not change.

(v) In an LPP, the number of variables in the primal problem is less than the number of constraints in the dual.

2. (a) Write the LPP formulation of the following assignment problem : 5

$$\begin{array}{cc} & \text{Jobs} \\ & \begin{array}{ccc} \text{I} & \text{II} & \text{III} \end{array} \\ \text{Men} \begin{array}{c} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{array} & \begin{bmatrix} 12 & 4 & 5 \\ 8 & 6 & 7 \\ 1 & 9 & 12 \end{bmatrix} \end{array}$$

(b) Using dominance principle, solve the following payoff matrix game : 5

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 & 0 \\ 3 & 4 & 2 & 4 \\ 4 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 8 \end{bmatrix}$$

3. (a) Determine whether the following set of vectors form a basis for E^3 : 5

$$a = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, c = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

(b) Find all the basic solutions of the following system of equations :

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 4$$

$$x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 2$$

Identify the basic and non-basic variables in each of these solutions. 5

4. (a) Solve the following cost minimizing transportation problem starting with an initial basic feasible solution by matrix-minima method : 5

Destination

		D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	Availabilities
Origin	O_1	5	8	8	6	3	800
	O_2	4	7	7	6	6	500
	O_3	8	4	6	6	3	900
Requirement		400	400	200	400	800	

(b) For the following game, write the LPPs corresponding to the maximizing player and the minimizing player : 5

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 & 4 \\ -1 & 4 & 2 \\ 3 & 2 & -3 \end{bmatrix}$$

5\. (a) Test for the convexity of the following sets : 5

(i) $S_1 = \{(x, y) \mid 3x^2 + 2y^2 \leq 6\}$

(ii) $S_2 = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \geq 1, \ y \geq x, y \geq -x\}$

(b) Solve the following game graphically : 5

		Player B		
		B_1	B_2	B_3
Player A	A_1	12	8	6
	A_2	5	9	14

6\. (a) Use the two-phase method to find a basic feasible solution for the following LPP : 5

Minimize :

$$x_1 - 2x_2 - 3x_3$$

subject to :

$$-2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 2$$

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0 .$$

(b) A departmental head has four subordinates and four tasks are to be performed. The subordinates differ in efficiency and the tasks differ in their intrinsic difficulty. Her estimate of the time each person would like to perform each task is given in the matrix form as follows : 5

Tasks	Workers			
	A	B	C	D
I	18	26	17	11
II	13	28	14	26
III	38	19	18	15
IV	19	26	24	10

How should the tasks be allocated, so as to minimize the total time taken ?

7. (a) Obtain the dual of the following problem : 5

Maximize :

$$Z = 5x_1 + 9x_2 + 8x_3$$

subject to :

$$2x_1 + 4x_2 - 8x_3 \leq 3$$

$$4x_1 - 2x_2 \leq 9$$

$$-8x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 8$$

$x_1, x_2 \geq 0$ and x_3 is unrestricted in sign.

(b) A firm manufactures pills in two sizes A and B. A contains 2 g of aspirin, 5 g of bicarbonate and 1 g of codeine. B contains 1 g of aspirin, 8 g of bicarbonate and 6 g of codeine. It requires at least 12 g of aspirin, 74 g of bicarbonate and 24 g of codeine for

providing immediate effect. It is required to determine the least number of pills a patient should take to get immediate relief. Formulate the problem as a LPP and solve it graphically. 5

MTE–12

स्नातक उपाधि कार्यक्रम

(बी. डी. पी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2025

(ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित)

एम.टी.ई.–12 : रैखिक प्रोग्रामन

समय : 2 घण्टे *अधिकतम अंक : 50*

भारिता : 70%

नोट : *(i) प्रश्न सं. **1** अनिवार्य है।*

*(ii) प्रश्न सं. **2** से **7** तक कोई **चार** प्रश्न हल कीजिए।*

(iii) कैल्कुलेटर का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

---

1. निम्नलिखित कथनों में से कौन–से कथन सत्य तथा कौन–से असत्य हैं ? अपने उत्तर के पक्ष में एक संक्षिप्त उपपत्ति या प्रति–उदाहरण दीजिए : 2×5=10

(i) किन्हीं दो वर्ग आव्यूहों A और B के लिए AB = BA होता है।

(ii) परिवहन समस्या के इष्टतम हल की प्रत्येक कोष्ठिका (i, j) के लिए $(u_i + v_j - c_{ij}) x_{ij} = 0$ होता है।

(iii) समुच्चय $S = \{(x, y) \mid y^2 \geq 9x, x^2 + y^2 \leq 1\}$ एक अवमुख समुच्चय है।

(iv) यदि दो व्यक्ति, शून्य योग खेल के भुगतान आव्यूह के प्रत्येक सदस्य में एक अचर जोड़ा जाता है, तो खेल का मान नहीं बदलता है।

(v) एक LPP में, आद्य समस्या में चरों की संख्या द्वैती के व्यवरोधों की संख्या से कम होती है।

2. (क) निम्नलिखित नियतन समस्या का LPP में सूत्रीकरण कीजिए : 5

कार्य

$$\text{व्यक्ति}\quad \begin{matrix} & \text{I} & \text{II} & \text{III} \\ A_1 & 12 & 4 & 5 \\ A_2 & 8 & 6 & 7 \\ A_3 & 1 & 9 & 12 \end{matrix}$$

(ख) प्रमुखता नियम का प्रयोग करके निम्नलिखित भुगतान आव्यूह खेल हल कीजिए : 5

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 & 0 \\ 3 & 4 & 2 & 4 \\ 4 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 8 \end{bmatrix}$$

3. (क) ज्ञात कीजिए कि क्या निम्नलिखित सदिश समुच्चय : 5

$$a = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, c = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

से E^3 का एक आधार प्राप्त होता है या नहीं।

(ख) निम्नलिखित समीकरण निकाय के सभी आधारी सुसंगत हल ज्ञात कीजिए : 5

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 4$$

$$x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 2$$

इनमें से प्रत्येक हल के आधारी व अनाधारी चरों को पहचानिए।

4. (क) आव्यूह–न्यूनतम विधि द्वारा प्रारम्भिक आधारी सुसंगत हल से शुरू करके निम्नलिखित लागत (खर्च) न्यूनतमीकरण परिवहन समस्या हल कीजिए : 5

गंतव्य

		D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	उपलब्धता
	O_1	5	8	8	6	3	800
स्रोत	O_2	4	7	7	6	6	500
	O_3	8	4	6	6	3	900
माँग		400	400	200	400	800	

(ख) निम्नलिखित खेल–आव्यूह के लिए अधिकतमकारी और न्यूनतमकारी खिलाड़ियों के संगत रैखिक प्रोग्रामन समस्याएँ लिखिए : 5

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 & 4 \\ -1 & 4 & 2 \\ 3 & 2 & -3 \end{bmatrix}$$

5. (क) निम्नलिखित समुच्चयों की अवमुखता का परीक्षण कीजिए : 5

(i) $S_1 = \{(x, y) \mid 3x^2 + 2y^2 \leq 6\}$

(ii) $S_2 = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \geq 1, \ y \geq x, y \geq -x\}$

(ख) निम्नलिखित खेल ग्राफीय विधि से हल कीजिए : 5

		खिलाड़ी B		
		B_1	B_2	B_3
खिलाड़ी A	A_1	12	8	6
	A_2	5	9	14

6. (क) निम्नलिखित LPP के लिए एक बुनियादी व्यवहार्य समाधान ज्ञात करने के लिए द्विचरण विधि का प्रयोग कीजिए :

न्यूनतमीकरण कीजिए :

$$x_1 - 2x_2 - 3x_3$$

जबकि :

$$-2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 2$$
$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0 .$$

(ख) एक विभागाध्यक्ष के अधीनस्थ चार कर्मचारी काम करते हैं और उन्हें चार काम करने हैं। अधीनस्थ कर्मचारियों की दक्षता और कामों की कठिनाइयाँ अलग–अलग हैं। अध्यक्ष के अनुमान के अनुसार प्रत्येक काम करने के लिए प्रत्येक कर्मचारी द्वारा लिया गया समय निम्न प्रकार से आव्यूह रूप में दिया गया है : 5

काम	कर्मचारी			
	A	B	C	D
I	18	26	17	11
II	13	28	14	26
III	38	19	18	15
IV	19	26	24	10

प्रत्येक कर्मचारी को एक-एक काम नियतन करके चार काम किस प्रकार बाँट दिए जाएँ कि कुल समय न्यूनतम हो ?

7. (क) निम्नलिखित समस्या की द्वैती प्राप्त कीजिए : 5

अधिकतमीकरण कीजिए :

$$Z = 5x_1 + 9x_2 + 8x_3$$

जबकि :

$$2x_1 + 4x_2 - 8x_3 \leq 3$$

$$4x_1 - 2x_2 \leq 9$$

$$-8x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 8$$

$x_1, x_2 \geq 0$ और x_3 का चिह्न अप्रतिबंधित है।

(ख) एक फर्म दो मापों A और B में दवाइयाँ बनाती है। A में 2 ग्राम ऐस्पिरिन, 5 ग्राम बाइकार्बोनेट और 1 ग्राम कोडीन होती है। B में 1 ग्राम ऐस्पिरिन, 8 ग्राम बाइकार्बोनेट और 6 ग्राम कोडीन होती है। तुरन्त प्रभाव

के लिए कम से कम 12 ग्राम ऐस्पिरिन, 74 ग्राम बाइकार्बोनेट और 24 ग्राम कोडीन की आवश्यकता है। यह ज्ञात करना है कि तुरन्त आराम के लिए मरीज को कम से कम कितनी दवाइयाँ लेनी हैं। इस समस्या को एक मानक LPP के रूप में सूत्रित कीजिए और इसे ग्राफीय विधि से हल कीजिए। 5

× × × × ×