

**BACHELOR OF SCIENCE/**

**BACHELOR OF ARTS**

**[B. SC. (G)/B. A. (G)/BSCM]**

**Term-End Examination**

**June, 2025**

**BMTC-131 : CALCULUS**

*Time : 3 Hours*

*Maximum Marks : 100*

---

**Note :** *Question No. 1 is compulsory. Attempt any **eight** questions from Q. Nos. 2 to 10.*

*Use of calculator is not allowed.*

---

1. Which of the following statements are true and which are false ? Give a short proof or a counter-example in support of your answer :

20

- (i) If A and B are two sets, then

$$A \cup B = (A/B) \cup (A \cap B) \cup (B/A).$$

(ii) The period of the function

$$f(x) = \cos (2x + 5), x \in \mathbf{R}$$

is  $2\pi$ .

(iii) The maximum possible domain of a

function  $f$  given by  $f(x) = \frac{x}{1-\sqrt{x}}$  is

$]0, \infty[$ .

(iv) The horizontal asymptote of the curve

$$y = x^2 e^x \text{ is } y = 0.$$

$$(v) \quad \frac{d}{dx}(\cos \sqrt{x}) \neq \frac{d}{dx}(\sqrt{\cos x}).$$

$$(vi) \quad \lim_{x \rightarrow -\frac{4}{5}} \frac{25x^2 - 16}{5x + 4} = 8.$$

(vii) The function  $f$ , defined by

$$f(x) = x - |x - 2| \text{ is differentiable at}$$

$x = 2$ .

$$(viii) \left\{ -\frac{3}{2}, 0, 2 \right\} \in \mathbf{Q} \times \mathbf{Z} \times \mathbf{N}.$$

$$(ix) \frac{d}{dx} \left( \int_0^{\sqrt{x}} \cos t \, dt \right) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \cos \sqrt{x}.$$

(x) The greatest integer function  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  defined by  $f(x) = [x]$  is continuous everywhere.

2. (a) Show that the function  $f : \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Z}$  defined by  $f(x) = 2x^2 + 7x$  is one-one but not onto. 5

(b) Find the  $n$ th derivative of  $y$ , when  $y = x^2 e^x$  at  $x = -1$ . 5

3. (a) Find the  $n$ th Maclaurin's polynomial for  $\cos x$ . 5

(b) If  $y = Ae^{-kt} \cos(pt + c)$ , show that :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + 2k \frac{dy}{dt} + n^2 y = 0,$$

where  $n^2 = p^2 + k^2$ . 5

4. (a) Evaluate : 5

$$\int \frac{dx}{x^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{1}{2}}}.$$

- (b) Find  $\frac{dy}{dx}$ , when  $y = (x^x)^x$ . 5

5. (a) Test the continuity and differentiability of the function : 5

$$f(x) = \begin{cases} 1+x, & \text{if } x \leq 2 \\ 5-x, & \text{if } x > 2 \end{cases}$$

at  $x = 2$ .

- (b) Draw the rough sketch of the curve  $r^2 = 3r \cos \theta$ . 5

6. (a) Find the modulus and argument of the complex number : 5

$$\frac{(1 + \cos \theta + i \sin \theta)^5}{(\cos \theta + i \sin \theta)^3}.$$

- (b) A bee follows the trajectory  $x = t - 2 \sin t$ ,  
 $y = 2 - 2 \cos t$ , where  $t \geq 0$ . It lands on a  
 wall at time  $t = 10$ . At what time was  
 the bee flying horizontally ? 5
7. Trace the curve  $y^2 (a + x) = x^2 (3a - x)$ ,  $a > 0$ ,  
 stating all the properties you use to trace it.  
 10
8. (a) Using the  $\varepsilon$ - $\delta$  definition of limit, find  $\delta$   
 such that  $\lim_{x \rightarrow 3} (5x - 2) = 13$ ;  $\varepsilon = 0.05$ . 5
- (b) Find the points at which the tangent to  
 the curve  $y = x^3$  is parallel to the chord  
 from  $(0, 0)$  to  $(1, 1)$ . 5
9. (a) Find the area bounded by the curves  
 $y = \sin x$  and  $y = \cos x$  and the lines  
 $x = 0$  and  $x = \frac{\pi}{2}$ . 5
- (b) Determine the intervals on which the  
 function  $f$  defined by : 5
- $$f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 5$$
- is increasing or decreasing.

10. (a) Find the length of an arc of the curve

$x = e^t \sin t$ ,  $y = e^t \cos t$  from  $t = 0$  to

$$t = \frac{\pi}{2}. \quad 5$$

(b) Evaluate : 5

$$\int \frac{x^3 + 3}{(x^2 + 1)(x^2 + 2)} dx.$$

**BMTC-131****विज्ञान स्नातक/कला स्नातक****(बी.एस. सी.जी./बी.ए.जी./बी. एस. सी. एम.)****सत्रांत परीक्षा****जून, 2025****बी.एम.टी.सी.-131 : कलन**

समय : 3 घण्टे

अधिकतम अंक : 100

नोट : प्रश्न सं. 1 करना अनिवार्य है। प्रश्न सं. 2 से 10 तक से कोई आठ प्रश्न कीजिए। कैल्कुलेटर का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

1. निम्नलिखित कथनों में से कौन-से कथन सत्य और कौन-से कथन असत्य हैं ? अपने उत्तर के पक्ष में संक्षिप्त उपपत्ति या प्रति-उदाहरण दीजिए :

20

- (i) यदि A और B दो समुच्चय हैं, तो :

$$(A \cup B) = (A/B) \cup (A \cap B) \cup (B/A)$$

(ii) फलन  $f(x) = \cos(2x + 5)$ ,  $x \in \mathbf{R}$  का आवर्त  $2\pi$  है।

(iii)  $f(x) = \frac{x}{1-\sqrt{x}}$  द्वारा परिभाषित फलन  $f$  का

अधिकतम संभावित प्रांत  $]0, \infty[$  है।

(iv) वक्र  $y = x^2 e^x$  की क्षैतिज अनंतस्पर्शी  $y = 0$  है।

(v)  $\frac{d}{dx}(\cos \sqrt{x}) \neq \frac{d}{dx}(\sqrt{\cos x})$ .

(vi)  $\lim_{x \rightarrow -\frac{4}{5}} \frac{25x^2 - 16}{5x + 4} = 8$ .

(vii)  $f(x) = x - |(x-2)|$  द्वारा परिभाषित फलन

$f$ ,  $x = 2$  पर अवकलनीय है।

(viii)  $\left\{-\frac{3}{2}, 0, 2\right\} \in \mathbf{Q} \times \mathbf{Z} \times \mathbf{N}$ .

$$(ix) \frac{d}{dx} \left( \int_0^{\sqrt{x}} \cos t \, dt \right) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \cos \sqrt{x}.$$

(x)  $f(x) = [x]$  द्वारा परिभाषित महत्तम पूर्णांक फलन

$f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  प्रत्येक बिन्दु पर संतत है।

2. (क) दर्शाइए कि  $f(x) = 2x^2 + 7x$  द्वारा परिभाषित

फलन  $f: \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Z}$  एकैक है लेकिन आच्छादक

नहीं।

5

(ख)  $y = x^2 e^x$  का  $x = -1$  के लिए  $y$  का  $n$ वाँ अवकलज

ज्ञात कीजिए।

5

3. (क)  $\cos x$  के लिए  $n$ वीं मैक्लारिन बहुपद ज्ञात

कीजिए।

5

(ख) यदि  $y = Ae^{-kt} \cos(pt + c)$  है, तो दर्शाइए कि : 5

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + 2k \frac{dy}{dt} + n^2 y = 0$$

जहाँ  $n^2 = p^2 + k^2$ ।

4. (क) मान ज्ञात कीजिए : 5

$$\int \frac{dx}{x^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{1}{2}}}.$$

- (ख)  $y = (x^x)^x$  के लिए  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए। 5

5. (क) फलन :

$$f(x) = \begin{cases} 1+x, & \text{यदि } x \leq 2 \\ 5-x, & \text{यदि } x > 2 \end{cases}$$

के  $x = 2$  पर सातत्य और अवकलनीयता की जाँच कीजिए। 5

- (ख) वक्र  $r^2 = 3r \cos \theta$  का रफ स्कैच खींचिए। 5

6. (क) सम्मिश्र संख्या  $\frac{(1 + \cos \theta + i \sin \theta)^5}{(\cos \theta + i \sin \theta)^3}$  का मापांक और कोणांक ज्ञात कीजिए। 5

- (ख) एक मक्खी प्रक्षेपवक्र  $x = t - 2 \sin t$ ,

$y = 2 - 2 \cos t$ , जहाँ  $t > 0$  है, में उड़ती है। यह

$t = 10$  पर दीवार पर आती है। मक्खी कितने समय

पर क्षैतिज उड़ रही थी ? 5

7. वक्र  $y^2 (a + x) = x^2 (3a - x)$ ,  $a > 0$  का आरेखण कीजिए और ऐसा करने में प्रयोग किए गए गुणधर्मों को लिखिए। 10

8. (क) सीमा की  $\varepsilon$ - $\delta$  परिभाषा का प्रयोग करके  $\delta$  ज्ञात

कीजिए जबकि  $\lim_{x \rightarrow 3} (5x - 2) = 13$ ;  $\varepsilon = 0.05$ । 5

- (ख) वह बिन्दु ज्ञात कीजिए जिस पर वक्र  $y = x^3$  पर खींची गयी स्पर्शरेखा, बिन्दुओं  $(0, 0)$  और  $(1, 1)$  से गुजरने वाली जीवा के समानांतर है। 5

9. (क) वक्रों  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$  और रेखाओं  $x = 0$

और  $x = \frac{\pi}{2}$  द्वारा घिरे प्रदेश का क्षेत्रफल ज्ञात

कीजिए। 5

- (ख)  $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 5$  द्वारा परिभाषित

फलन  $f$  के लिए वे अंतराल ज्ञात कीजिए जिन पर  $f$

वर्धमान या ह्रासमान है। 5

10. (क) वक्र  $x = e^t \sin t$ ,  $y = e^t \cos t$  की  $t = 0$  से

$t = \frac{\pi}{2}$  तक की चाप की लम्बाई ज्ञात कीजिए। 5

(ख) मान ज्ञात कीजिए : 5

$$\int \frac{x^3 + 3}{(x^2 + 1)(x^2 + 2)} dx$$

× × × × ×