No. of Printed Pages : 16 **BPHCT–133**

BACHELOR OF SCIENCE (GENERAL) (BSCG/BSCM)

Term-End Examination

June, 2025

BPHCT-133 : ELECTRICITY AND MAGNETISM

Time : 2 Hours *Maximum Marks : 50*

Note : *Attempt all questions. Internal choices are given. Marks for each question are indicated against it. You may use a calculator. Symbols have their usual meaning.*

1. Answer any *five* parts : 3×5=15

   (a) Determine the gradient of the following scalar field :

   $$f = 2y \sin z - xy$$

   at the point $\left(1, 2, \frac{\pi}{6}\right)$.

(b) Calculate the line integral of the vector field :

$$\vec{F} = -\frac{\vec{r}}{r^3}$$

along a curve $\vec{r}(t) = t\hat{i} + t\hat{j} + t\hat{k}$ with $1 \le t \le 2$.

(c) Two point charges $+3q$ and $+q$ at rest are placed at a distance 'a' from each other. Determine the position of a charge $+q$ placed on straight line joining these two charges, if it is in equilibrium.

(d) A Gaussian surface of cylindrical shape (of radius 1.0 m and height 10 m) encloses a few positive charges. Assuming that the electric field due to these charges is normal to the Gaussian surface and has magnitude 1000 NC^{-1},

calculate the volume charge density of the charge distribution.

(e) A thin dielectric rod of cross-section A extends along x-axis from $x = 0$ to $x = L$. The polarization of the rod is along its length and is given by :

$$\vec{P} = (ax^3 + b)\hat{i}$$

Obtain the bound volume charge densities and the surface charge densities at each end of the rod.

(f) A long straight conducting wire carries a current of 20 A. Determine the magnitude of the magnetic field at a perpendicular distance of 0.30 m from the wire.

(g) A typical ignition coil (made of two coils) draws a current of 2.0 A, and supplies an e.m.f. of 25 kV to the spark

plugs. If the current in the two coils is interrupted every 0.08 ms, what is the mutual inductance ?

(h) The electric field of an electromagnetic wave in vacuum is given by

$E_x = 0, \quad E_y = 30 \cos\left[\left(\frac{2\pi}{3}\right)x - 2\pi \times 10^7 t\right],$

$E_z = 0$, where E is in Vm^{-1}, t in s and x is in m. Determine the frequency ν and wavelength λ.

2. Answer any *five* parts : 5×5=25

(a) Evaluate the integral using Stokes' theorem :

$$\oint_C \vec{A} \cdot d\vec{l}$$

where $\vec{A} = (3x - y)\hat{i} - 2yz^2\hat{j} - 2y^2z\hat{k}$ and C bounds the surface S of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 16, \; z > 0$.

(b) Using Gauss' divergence theorem, evaluate the following surface integral :

$$\oiint_S \vec{v} \cdot \hat{n}\, d\vec{S}$$

where $\vec{v} = x\sin^2 y\hat{i} + 10\,xz\hat{j} + z\cos^2 y\hat{k}$ and S is the surface of a sphere with its centre at origin and radius 2 units.

(c) Consider a parallel plate capacitor made up of two rectangular plates of area of cross-section $7.5\times10^{-4}\,\text{m}^2$ and separated by a distance of $2\times10^{-3}\,\text{m}$. A voltage of 90 V is applied across the plates. If a dielectric material of dielectric constant 6.5 is introduced between the plates of the capacitor, calculate :

(i) Capacitance of the capacitor

(ii) Electric displacement D.

(d) Determine the electric field due to an electric dipole at the midpoint of its axis.

(e) Calculate the work done to transport an electron from + ve terminal of a 9 V battery to its – ve terminal.

(f) A toroid of mean circumference 0.50 m has 300 turns, each carrying a current of 0.01 A. Calculate the value of $\vec{H}$ and $\vec{B}$ of the toroid has an air core. Calculate the value of $\vec{B}$ and the magnetisation $\vec{M}$ if the core is filled with iron of relative permeability 4000.

(g) A solenoid is 0.8 m in diameter and 2.0 m long. The magnetic field at its centre is 0.30 T. Estimate the energy stored in the magnetic field of the solenoid.

(h) The speed of light in a dielectric medium is one-third its value in vacuum. Calculate the refractive index and dielectric constant of the medium.

3. Answer any *one* part : 1×10=10

(a) State Gauss' law. Two concentric thin spherical shell of radii R_1 and R_2 (with $R_2 > R_1$) carry uniformly distributed charges Q_1 and Q_2 respectively. Use Gauss' law to determine the electric fields at the distance r from the centre for (i) $r < R_1$, (ii) $R_2 < r < R_1$ and (iii) $r \geq R_2$. 10

(b) (i) State Biot-Savart'ss law. Deduce an expression for magnetic field $\vec{B}$ due to a long straight wire carrying current I. If $I = 10\,A$, determine the magnitude of the magnetic field at a perpendicular distance of 0.1 m from the straight wire. 5

(ii) Obtain the condition for the electromagnetic field described by :

$$\vec{E} = E_0 \hat{z} (\cos kx \cos ky \cos \omega t)$$

and $\vec{B} = B_0(\hat{x} \cos kx \sin ky -$

$$\hat{y} \sin kx \cos ky) \sin \omega t$$

to satisfy the following :

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}.$$ 5

BPHCT–133

विज्ञान स्नातक (सामान्य)

(बी. एस.-सी. जी./बी. एस. सी. एम.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2025

बी.पी.एच.सी.टी.-133 : विद्युत और चुंबकत्व

समय : 2 घण्टे *अधिकतम अंक : 50*

नोट : *सभी प्रश्न हल कीजिए। आंतरिक विकल्प दिए गए हैं। प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं। आप कैल्कुलेटर का उपयोग कर सकते हैं। प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।*

1. किन्हीं **पाँच** भागों के उत्तर दीजिए : $3 \times 5 = 15$

(क) बिन्दु $\left(1, 2, \frac{\pi}{6}\right)$ पर अदिश क्षेत्र $f = 2y \sin z - xy$ के लिए प्रवणता परिकलित कीजिए।

(ख) वक्र $\vec{r}(t) = t\hat{i} + t\hat{j} + t\hat{k}$ के अनुदिश $1 \leq t \leq 2$ के लिए सदिश क्षेत्र $\vec{F} = -\frac{\vec{r}}{r^3}$ का रेखा समाकल परिकलित कीजिए।

(ग) दो बिन्दु आवेशों $+3q$ और $+q$ को विरामावस्था में एक-दूसरे से दूरी 'a' पर रखा जाता है। इन आवेशों को जोड़ने वाली रेखा पर रखा गया एक आवेश $+q$ यदि साम्यावस्था में हो, तो उसकी स्थिति ज्ञात कीजिए।

(घ) त्रिज्या $1.0\,\text{m}$ और ऊँचाई 10 m वाले बेलनाकार गाउसीय पृष्ठ द्वारा कुछ धनात्मक आवेश परिबद्ध हैं। मान लें कि इन आवेशों के कारण विद्युत क्षेत्र गाउसीय पृष्ठ के लंबवत् है और उसका परिमाण $1000\ \text{NC}^{-1}$ है। आवेश वितरण का आयतन आवेश घनत्व परिकलित कीजिए।

(ङ) एक पतली डाइलेक्ट्रिक पदार्थ की छड़ के अनुप्रस्थ परिच्छेद का क्षेत्रफल A है। छड़ x-अक्ष के अनुदिश $x = 0$ से $x = \mathrm{L}$ तक रखी है। छड़ का ध्रुवण उसकी लंबाई के अनुदिश है और उसका मान $\vec{\mathrm{P}} = (ax^3 + b)\hat{i}$ है। छड़ में परिबद्ध आयतन आवेश घनत्व और प्रत्येक सिरे पर परिबद्ध पृष्ठ आवेश घनत्व प्राप्त कीजिए।

(च) एक लंबे, सीधे तार में 20 A धारा प्रवाहित होती है। तार से 0.30 m लंबवत् दूरी पर चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण परिकलित कीजिए।

(छ) एक प्ररूपी इग्नीशन कुंडली (जो दो कुंडलियों से बनी होती है) में 2.0 A धारा प्रवाहित होती है और वह स्पार्क प्लग को 25 kV का विद्युत वाहक बल प्रदान करती है। यदि हर 0.08 ms पर दोनों कुंडलियों में प्रवाहित धारा को रोका जाए, तो उनका अन्योन्य प्रेरकत्व क्या होगा ?

(ज) निर्वात् में एक विद्युत चुंबकीय तरंग का विद्युत क्षेत्र है :

$$E_x = 0,\ E_y = 30\cos\left[\left(\frac{2\pi}{3}\right)x - 2\pi\times 10^7 t\right],$$

$$E_z = 0$$

जहाँ E, Vm^{-1} में है, t सेकंड में और x मीटर में। तरंग की आवृत्ति ν और तरंगदैर्घ्य λ निर्धारित कीजिए।

2. किन्हीं **पाँच** भागों के उत्तर दीजिए : 5×5=25

(क) स्टोक्स प्रमेय का उपयोग कर निम्न समाकल परिकलित कीजिए :

$$\oint_C \vec{A}\cdot d\vec{l}$$

जहाँ $\vec{A} = (3x - y)\hat{i} - 2yz^2\hat{j} - 2y^2z\hat{k}$ तथा वक्र C द्वारा परिबद्ध पृष्ठ S वाले गोले का व्यंजक है :

$$x^2 + y^2 + z^2 = 16, \quad z > 0$$

(ख) गाउस डाइवर्जेन्स प्रमेय का प्रयोग कर निम्नलिखित पृष्ठ समाकल परिकलित कीजिए :

$$\oiint_S \vec{v} \cdot \hat{n}\, d\vec{S}$$

जहाँ $\vec{v} = x \sin^2 y\hat{i} + 10xz\hat{j} + z\cos^2 y\hat{k}$ और S त्रिज्या 2 इकाई के गोले का पृष्ठ है, जिसका केन्द्र मूल बिन्दु पर है।

(ग) क्षेत्रफल 7.5×10^{-4} m² वाली दो आयताकार प्लेटों से बनी समांतर प्लेट संधारित्र के प्लेटों के बीच की दूरी 2×10^{-3} m है और प्लेटों पर 90 V की वोल्टता आरोपित की जाती है। यदि संधारित्र की प्लेटों के बीच डाइलेक्ट्रिक नियतांक 6.5 वाला डाइलेक्ट्रिक पदार्थ रखा जाए, तो (i) संधारित्र की धारिता और (ii) विद्युत विस्थापन D परिकलित कीजिए।

(घ) वैद्युत द्विध्रुव के अक्ष के मध्यबिन्दु पर उसके विद्युतक्षेत्र की गणना कीजिए।

(ङ) 9 V की बैटरी के धनात्मक टर्मिनल से ऋणात्मक टर्मिनल तक एक इलेक्ट्रॉन के अभिगमन में कितना कार्य करने की आवश्यकता होगी ?

(च) माध्य परिधि 0.50 m और 300 फेरों वाले टोरॉइड के प्रत्येक फेरे में 0.01 A धारा प्रवाहित हो रही है। यदि टोरॉइड के क्रोड में वायु हो, तो $\vec{H}$ और $\vec{B}$ का मान परिकलित कीजिए। यदि क्रोड में लोहा, जिसकी आपेक्षिक चुंबकशीलता 4000 है, भरा हो, तो $\vec{B}$ और चुंबकत्व $\vec{M}$ का मान परिकलित कीजिए।

(छ) एक सोलेनॉइड का व्यास 0.8 m है और लंबाई 2.0 m है। उसके केन्द्र पर चुंबकीय क्षेत्र 0.30 T है। सोलेनॉइड के चुंबकीय क्षेत्र में संचित ऊर्जा ज्ञात कीजिए।

(ज) एक डाइलेक्ट्रिक माध्यम में प्रकाश की चाल का मान निर्वात् में प्रकाश की चाल के मान का एक-तिहाई है। माध्यम के अपवर्तनांक और डाइलेक्ट्रिक स्थिरांक की गणना कीजिए।

3. किसी **एक** भाग का उत्तर दीजिए : 1×10=10

(क) गाउस के नियम का कथन दीजिए। त्रिज्या R_1 और R_2 वाले (जहाँ $R_2 > R_1$) दो संकेन्द्री पतले गोलीय कोशों पर क्रमशः एकसमान आवेश Q_1 और Q_2 वितरित है। गाउस के नियम का उपयोग कर गोलीय कोशों के केन्द्र से दूरी r पर विद्युत क्षेत्र निर्धारित कीजिए जब (i) $r < R_1$, (ii) $R_2 < r < R_1$ तथा (iii) $r \geq R_2$ । 10

(ख) (i) बायो-सेवर्ट के नियम का कथन दीजिए। एक लंबे, सीधे तार, जिसमें धारा I प्रवाहित हो रही है, के कारण चुंबकीय क्षेत्र $\vec{B}$ के लिए व्यंजक प्राप्त कीजिए। यदि I = 10 A, तो तार से 0.1 m लंबवत् दूरी पर चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण परिकलित कीजिए। 5

(ii) उस प्रतिबंध को प्राप्त कीजिए जिसके अंतर्गत वैद्युतचुंबकीय क्षेत्र :

$$\vec{E} = E_0 \hat{z} (\cos kx \cos ky \cos \omega t)$$

$$\vec{B} = B_0 (\hat{x} \cos kx \sin ky -$$

$$\hat{y} \sin kx \cos ky) \sin \omega t$$

निम्नलिखित समीकरण को सन्तुष्ट करेगा : 5

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

× × × × ×