No. of Printed Pages : 16 **BPHE–104/ PHE–04/PHE–05**

BACHELOR OF SCIENCE (B. Sc.)

Term-End Examination

June, 2025

PHYSICS

BPHE-104/PHE-04 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS—I

PHE-05 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS—II

Time : 3 Hours *Maximum Marks : 50*

Instructions **:**

(*i*) *Students registered for both BPHE-104/ PHE-04 and PHE-05 courses should answer both the question papers in two separate answer books entering their enrolment number, course code and course title clearly on both the answer books.*

(ii) Students who have registered for BPHE-104/PHE-04 or PHE-05 should answer the relevant question paper after entering their enrolment number, course code and course title on the answer book.

BPHE–104/
PHE–04/PHE–05

विज्ञान स्नातक (बी. एस-सी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2025

भौतिक विज्ञान

बी.पी.एच.ई.-104/पी.एच.ई.-04 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ—I

पी.एच.ई.-05 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ—II

समय : 3 घण्टे *अधिकतम अंक : 50*

निर्देश :

(i) जो छात्र बी. पी. एर्च. ई–104/पी. एच. ई.–04 और पी. एच. ई.–05 दोनों पाठ्यक्रमों के लिए पंजीकृत हैं, दोनों प्रश्न–पत्रों के उत्तर अलग–अलग उत्तर पुस्तिकाओं में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम का नाम साफ–साफ लिखकर दें।

(ii) जो छात्र बी. पी. एर्च. ई–104/पी. एच. ई.–04 या पी. एच. ई.–05 किसी एक के लिए पंजीकृत हैं, अपने उसी प्रश्न–पत्र के उत्तर, उत्तर पुस्तिका में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम का नाम साफ–साफ लिखकर दें।

BPHE–104/PHE–04

BACHELOR OF SCIENCE (B. Sc.)

Term-End Examination

June, 2025

BPHE-104/PHE-04 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS—I

Time : $1\frac{1}{2}$ Hours *Maximum Marks : 25*

Note : (*i*) *Attempt all questions. Internal choices are given.*

(*ii*) *Marks for each question are given against it.*

(*iii*) *Symbols have their usual meanings.*

(*iv*) *You can use a calculator.*

---

1. Answer any ***three*** parts :

(a) Calculate the scalar triple product of the following vectors : 4

$$\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$$

$$\vec{b} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$$

and $\vec{c} = 3\hat{j}$.

(b) Determine the gradient of the scalar field : 4

$$\phi = 2x^2 + 3yz + 2xyz$$

(c) Show that the velocity of a particle undergoing uniform circular motion is perpendicular to its position vector at all times. 4

(d) Express Laplacian operator in spherical polar coordinates. Hence, determine $\nabla^2 (cr + d)$. 1+3

(e) Determine the values of constants a, b and c such that for the vector field : 4

$$\vec{A} = (3x + y + az)\hat{i}$$

$$+ (bx + y + 2z)\hat{j}$$

$$+ (2x + cy - 2z)\hat{k},$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{0}.$$

2. State Gauss' divergence theorem. Using it show that for a vector field $\vec{F} = \vec{\nabla} \times \vec{B}$, 5

$$\oiint_S \vec{F} . d\vec{S} = 0$$

Or

Show that the electric field $\vec{E} = \frac{Q}{r^2}\hat{e}_r$ due to a point charge Q placed at the origin is conservative. Determine the scalar potential associated with it. 3+2

3. Answer any *two* parts :

(a) Calculate the mean of the normal distribution : 4

$$n(x;\ \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]$$

$$-\infty \le x \le \infty,\ \sigma > 0$$

(b) The combined capacitance (C) of two capacitors (of capacitances C_1 and C_2) connected in series is given by :

$$C = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)^{-1}$$

Determine the best value of C given that : 4

$$C_1 = (3.0 \pm 0.3)\mu F$$

and $$C_2 = (6.0 \pm 0.9)\mu F$$

(c) What are systematic and random errors in experimental measurements ? Give *one* example of each. 2+2

BPHE–104/PHE–04

विज्ञान स्नातक (बी. एस.-सी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2025

बी.पी.एच.ई.-104/पी.एच.ई.-04 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ—I

समय : $1\frac{1}{2}$ घण्टे *अधिकतम अंक : 25*

नोट : *(i) सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आंतरिक विकल्प दिए गए हैं।*

(ii) प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं।

(iii) प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।

(iv) आप कैल्कुलेटर का उपयोग कर सकते हैं।

1. किन्हीं **तीन** भागों के उत्तर दीजिए :

(क) निम्नलिखित सदिशों का अदिश त्रिक गुणनफल परिकलित कीजिए : 4

$$\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$$

$$\vec{b} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$$

तथा $$\vec{c} = 3\hat{j}.$$

(ख) अदिश क्षेत्र

$$\phi = 2x^2 + 3yz + 2xyz$$

का ग्रेडिएंट निर्धारित कीजिए। 4

(ग) सिद्ध कीजिए कि एकसमान वर्तुल गति कर रहे कण का वेग सभी क्षणों पर उसके स्थिति सदिश के लंबवत् होता है। 4

(घ) लाप्लास संकारक को गोलीय ध्रुवीय निर्देशांकों में व्यक्त कीजिए। अतएव $\nabla^2(cr + d)$ ज्ञात कीजिए। 1+3

(ङ) अचरों a, b और c के वे मान ज्ञात कीजिए ताकि सदिश क्षेत्र :

$$\vec{A} = (3x + y + az)\hat{i}$$

$$+ (bx + y + 2z)\hat{j}$$

$$+ (2x + cy - 2z)\hat{k}$$

के लिए $\vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{0}$ । 4

2. गाउस के डाइवर्जेन्स प्रमेय का कथन दीजिए। इसका उपयोग करके सिद्ध कीजिए कि सदिश क्षेत्र $\vec{F} = \vec{\nabla} \times \vec{B}$ के लिए $\oiint_S \vec{F}.d\vec{S} = 0$। 5

अथवा

सिद्ध कीजिए कि मूलबिन्दु पर स्थित बिन्दु आवेश Q के कारण विद्युत् क्षेत्र $\vec{E} = \frac{Q}{r^2}\hat{e}_r$ संरक्षी होता है। उससे संबद्ध अदिश विभव ज्ञात कीजिए। 3+2

3. किन्हीं **दो** भागों के उत्तर दीजिए :

(क) प्रसामान्य बंटन

$$n(x;\ \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]$$

$$-\infty \le x \le \infty,\ \sigma > 0$$

का माध्य परिकलित कीजिए। 4

(ख) श्रेणी में जुड़े (धारिताओं C_1 और C_2 वाले) दो संधारित्रों की परिणामी धारिता (C) होती है :

$$C = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)^{-1}$$

C का श्रेष्ठतम मान ज्ञात कीजिए जबकि दिया है कि : 4

$$C_1 = (3.0 \pm 0.3)\mu F$$

और $$C_2 = (6.0 \pm 0.9)\mu F$$

(ग) प्रायोगिक मापनों में क्रमबद्ध और यादृच्छिक त्रुटियाँ क्या होती हैं ? प्रत्येक का **एक-एक** उदाहरण दीजिए। 2+2

PHE–05

BACHELOR OF SCIENCE (B. Sc.)

Term-End Examination

June, 2025

PHE-05 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS—II

Time : 1 $\frac{1}{2}$ Hours *Maximum Marks : 25*

Note : (*i*) *Attempt all questions. However, internal choices are given.*

(ii) Marks for each question are indicated against it.

(iii) Symbols have their usual meanings.

---

1. Answer any ***three*** parts : 5×3=15

(a) Solve the differential equation :

$$\left(x^2 + y^2\right)dx - 2xy\,dy = 0$$

(b) Show that the differential equation :

$$y^2 dx + 2xy\,dy = 0$$

is exact. Hence, solve it.

(c) Solve the following initial value problem :

$$y'' - 6y' + 9y = 0;$$

$$y(0) = 3 \text{ and } y'(0) = 1.$$

(d) Determine all the first and second partial derivatives of the function :

$$u(x, y) = y^3 - \cos(x^2 y)$$

(e) Using the method of separation of variables reduce the following partial differential equation into a set of three ordinary differential equations :

$$\frac{\partial u}{\partial t} - c\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) = 0$$

2. Attempt any *two* parts : 5×2=10

(a) Using power series method for the differential equation :

$$y'' - xy = 0$$

obtain the recurrence relation for $n \neq 0$, and the coefficients a_3 and a_4.

(b) Obtain the Fourier series for the following function :

$$f(x) = x, \qquad 0 < x < 2\pi$$

(c) Write the one-dimensional wave equation for a string of length L, fixed at both ends. Write its boundary conditions and obtain its general solution.

PHE–05

विज्ञान स्नातक (बी. एस.-सी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2025

पी.एच.ई.-05 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ—II

समय : $1\frac{1}{2}$ घण्टे *अधिकतम अंक : 25*

नोट : *(i) सभी प्रश्न करना अनिवार्य है। तथापि आंतरिक विकल्प दिए गए हैं।*

(ii) प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं।

(iii) प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।

1. किन्हीं **तीन** भागों को हल कीजिए : 5×3=15

(क) निम्नलिखित अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$\left(x^2 + y^2\right)dx - 2xy\,dy = 0$$

(ख) सिद्ध कीजिए कि निम्नलिखित अवकल समीकरण यथातथ है और उसे हल कीजिए :

$$y^2 dx + 2xy\,dy = 0$$

(ग) निम्नलिखित आदि मान समस्या का हल प्राप्त कीजिए :

$$y'' - 6y' + 9y = 0;$$

$y(0) = 3$ और $y'(0) = 1$ ।

(घ) फलन $u(x,y) = y^3 - \cos(x^2 y)$ के सभी प्रथम कोटि और द्वितीय कोटि आंशिक अवकलज ज्ञात कीजिए।

(ङ) चर पृथक्करण विधि से निम्नलिखित आंशिक अवकल समीकरण को तीन साधारण अवकल समीकरणों के रूप में समानीत कीजिए :

$$\frac{\partial u}{\partial t} - c\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) = 0$$

2. कोई **दो** भाग हल कीजिए : 5×2=10

(क) घात श्रेणी विधि का उपयोग कर, अवकल समीकरण $y'' - xy = 0$ के लिए $(n \neq 0)$ पुनरावृत्ति संबंध प्राप्त कीजिए और गुणांक a_3 और a_4 प्राप्त कीजिए।

(ख) निम्नलिखित फलन

$$f(x) = x, \qquad 0 < x < 2\pi$$

की फूरिए श्रेणी ज्ञात कीजिए।

(ग) L लम्बाई के तार के लिए एकविमीय तरंग समीकरण लिखिए जिसके दोनों सिरे बँधे हैं। इसके परिसीमा प्रतिबंधों को लिखिए और इसका व्यापक हल प्राप्त कीजिए।

× × × × ×