No. of Printed Pages : 10

BPHE–106/ PHE–06

BACHELOR'S OF SCIENCE (B. SC.)

Term-End Examination

June, 2025

BPHE-106/PHE–06 : THERMODYNAMICS AND STATISTICAL MECHANICS

Time : 2 Hours *Maximum Marks : 50*

Note : *(i) All questions are compulsory, but internal choices are provided.*

(ii) You can use a calculator.

(iii) Symbols have their usual meanings.

(iv) The values of physical constants are given at the end.

1. Attempt any *three* parts : 5×3=15

(a) Obtain the expression for the average speed of monatomic gas atoms

obeying Maxwell's distribution function given by : 5

$$dN_V = 4\pi N\left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{3/2} V^2 \exp\left[-\frac{mV^2}{2k_B T}\right]dV$$

(b) Write the equations of state for an ideal gas under (i) isothermal process and (ii) adiabatic process.

Obtain the expressions for the work done in both the processes.

(c) What is Joule-Thomson effect ? Write the mathematical expression for Joule-Thomson coefficient (μ). Explain, what should be the sign of μ to liquefy a gas. 5

(d) Prove that for an ideal gas isothermal compressibility, $\beta_T = \frac{1}{p}$ and volume expansion coefficient $\alpha = \frac{1}{T}$. 3+2

(e) Explain the fountain effect exhibited by He II. 5

2. Attempt any *one* part : 1×5=5

(a) Define the coefficient of viscosity and write its SI units. Discuss the effect of temperature and pressure on viscosity. 2+3

(b) Draw the T-S diagram of Carnot cycle. Show that the efficiency of Carnot engine is given by $\eta = 1 - \left(\frac{T_2}{T_1}\right)$. 2+3

3. Attempt any *two* parts : 2×5=10

(a) What are critical constants of a van der Waals gas ? Prove that for a van der Waals gas : 1+4

$$C_c = \frac{RT_c}{P_c V_c} = \frac{8}{3}$$

(b) Explain the classification of boundaries of a system. Give *one* example of each type. 5

(c) For a monatomic gas consisting of N-identical, distinguishable, non-

interacting particles, the partition function is given by :

$$Z_n = V^N \left(\frac{2\pi m k_B T}{h^2} \right)^{3N/2}$$

Using this expression, obtain the expression for energy per molecule. 5

4. Attempt any *one* part : 1×10=10

(a) Explain the principle of working of a vapour pressure thermometer with the help of a diagram. Describe how temperature is measured using it. What are the limitations of this type of thermometer ? 2+6+2

(b) Write the *four* Maxwell's relations. Using these relations, obtain the following three TdS-equations : 4+2+2+2

$$T dS = n C_V \, dT + T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V dV;$$

$$T dS = n C_P \, dT - T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P dP; \text{ and}$$

$$T dS = n C_V \left(\frac{dT}{dP} \right)_V dP + n CP \left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_P dV .$$

5. Attempt any *one* part : 1×10=10

(a) Define mean free path of a molecule. Obtain the expression for survival equation. Plot the survival equation.

2+6+2

(b) The total number of ways in which N particles can be put into various levels is given by :

$$W[\{N\}] = \prod_i \frac{g_i!}{(g_i - N_i)!N_i!}$$

Using this expression, obtain expression for Fermi-Dirac distribution function. Plot the Fermi function with energy at different temperatures. 8+2

Physical constants :

$k_B = 1.38 \times 10^{-23} JK^{-1}$

$1 \text{ atm} = 1.03 \times 10^5 Nm^{-2}$

$1 \text{ cal} = 4.18 \text{ J}$

$N_A = 6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

$R = 8.3 \text{ JK}^{-1} \text{ mol}^{-1}$

BPHE–106/ PHE–06

विज्ञान स्नातक (बी. एस.-सी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2025

बी.पी.एच.ई.-106/पी.एच.ई.-06 : ऊष्मागतिकी और सांख्यिकीय यांत्रिकी

समय : 2 घण्टे *अधिकतम अंक : 50*

नोट : *(i) सभी प्रश्न **अनिवार्य** हैं, परन्तु आंतरिक विकल्प दिए गए हैं।*

(ii) आप कैल्कुलेटर का प्रयोग कर सकते हैं।

(iii) प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।

(iv) भौतिक नियतांकों के मान अंत में दिए गए हैं।

---

1. किन्हीं **तीन** भागों को हल कीजिए : $3\times5=15$

(क) मैक्सवेली बंटन फलन :

$$dN_V = 4\pi N\left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{3/2} V^2 \exp\left[-\frac{mV^2}{2k_B T}\right]dV$$

का अनुसरण करने वाली एकपरमाणुक गैस की माध्य चाल का व्यंजक प्राप्त कीजिए। 5

(ख) (i) समतापी और (ii) रुद्धोष्म प्रक्रमों के लिए अवस्था समीकरण लिखिए। इन दोनों प्रक्रमों में किए गए कार्यों के लिए व्यंजक प्राप्त कीजिए। 5

(ग) जूल–टामसन प्रभाव क्या होता है ? जूल–टामसन गुणांक (μ) का गणितीय व्यंजक लिखिए। गैस को द्रवित करने के लिए μ का चिह्न क्या होना चाहिए, समझाइए। 5

(घ) आदर्श गैस के लिए सिद्ध कीजिए कि समतापी संपीड्यता, $\beta_T = \frac{1}{p}$ और आयतन प्रसार का समदाबी गुणांक $\alpha = \frac{1}{T}$ होते हैं। 3+2

(ङ) He II द्वारा प्रदर्शित फब्बारा प्रभाव की व्याख्या कीजिए। 5

2. किसी **एक** भाग का उत्तर लिखिए : $1\times5=5$

(क) श्यानता गुणांक की परिभाषा लिखिए और इसका SI मात्रक बताइए। श्यानता पर तापमान और दाब के प्रभाव की चर्चा कीजिए। 2+3

(ख) कार्नो चक्र का T-S आरेख खींचिए। सिद्ध कीजिए कि कार्नो इंजन की दक्षता का व्यंजक

$$\eta = 1 - \left(\frac{T_2}{T_1} \right)$$

है। 2+3

3. किन्हीं **दो** भागों को हल कीजिए : $2 \times 5 = 10$

(क) वाण्डर वाल्स गैस के क्रान्तिक अचरांक क्या होते हैं ? सिद्ध कीजिए कि वाण्डर वाल्स गैस के लिए : 1+4

$$C_c = \frac{RT_c}{P_c V_c} = \frac{8}{3}$$

(ख) एक तंत्र की परिसीमाओं का वर्गीकरण बताइए। प्रत्येक परिसीमा का **एक** उदाहरण दीजिए। 5

(ग) N-सर्वसम, विभेद्य, अन्योन्यक्रियाहीन कणों से बनी गैस का संवितरण फलन निम्नलिखित है : 5

$$Z_N = V^N \left(\frac{2\pi m k_B T}{h^2} \right)^{3N/2}$$

इस व्यंजक का उपयोग करके प्रति अणु ऊर्जा का व्यंजक प्राप्त कीजिए।

4. किसी **एक** भाग को हल कीजिए : 1×10=10

(क) उचित आरेख की सहायता से वाष्पदाबी तापमापी के कार्य सिद्धान्त को समझाइए। बताइए कि इसके उपयोग से ताप मापन कैसे किया जाता है। इस प्रकार के तापमापी की क्या सीमाएँ होती हैं ? 2+6+2

(ख) मैक्सवेल के **चार** सम्बन्ध लिखिए। इन सम्बन्धों का उपयोग करके निम्नलिखित तीन $Td\mathrm{S}$ समीकरण प्राप्त कीजिए : 4+2+2+2

$$Td\mathrm{S} = n\mathrm{C_V}\, d\mathrm{T} + \mathrm{T}\left(\frac{\partial \mathrm{P}}{\partial \mathrm{T}}\right)_{\mathrm{V}} d\mathrm{V};$$

$$Td\mathrm{S} = n\mathrm{C_P}\, d\mathrm{T} - \mathrm{T}\left(\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial \mathrm{T}}\right)_{\mathrm{P}} d\mathrm{P};\ \text{और}$$

$$Td\mathrm{S} = n\mathrm{C_V}\left(\frac{d\mathrm{T}}{d\mathrm{P}}\right)_{\mathrm{V}} d\mathrm{P} + n\mathrm{CP}\left(\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial \mathrm{V}}\right)_{\mathrm{P}} d\mathrm{V}\,.$$

5. किसी **एक** भाग को हल कीजिए : 1×10=10

(क) अणु के माध्य मुक्त पथ को परिभाषित कीजिए। अतिजीविता समीकरण का व्यंजक प्राप्त कीजिए। अतिजीविता समीकरण का आरेख खींचिए। 2+6+2

(ख) N कणों को विभिन्न स्तरों में वितरित करने की कुल विधियों की संख्या का व्यंजक निम्नलिखित है :

$$W[\{N\}] = \prod_i \frac{g_i!}{(g_i - N_i)!N_i!}$$

इस व्यंजक का उपयोग करके फर्मी–डिराक बंटन फलन प्राप्त कीजिए। विभिन्न तापों पर फर्मी फलन के ऊर्जा के सापेक्ष विचरण का आलेख खींचिए। 8+2

भौतिक नियतांक :

$k_B = 1.38 \times 10^{-23} JK^{-1}$

$1 \text{ atm} = 1.03 \times 10^5 Nm^{-2}$

$1 \text{ cal} = 4.18 \text{ J}$

$N_A = 6.022 \times 10^{23} mol^{-1}$

$R = 8.3 JK^{-1} mol^{-1}$

× × × × ×