

**BACHELOR'S DEGREE
PROGRAMME
(BDP)**

**Term-End Examination
June, 2025**

**Elective Course : Mathematics
MTE-01 : CALCULUS**

Time : 2 Hours

Maximum Marks : 50

Weightage : 70%

Note : *Question No. 1 is compulsory. Select any
four questions from the Q. Nos. 2 to 7.
Use of calculator is not allowed.*

1. Which of the following statements are True or False. Justify your answers with a short proof or a counter-example : 10
- (i) Product of two odd functions is an even function.
- (ii) $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 8x - 7$ defines a decreasing function on $\mathbf{R}$.

(iii) A monotonic function must be continuous.

(iv) $\frac{d}{dx} \left[\int_{x^2}^0 \cos(t^2) dt \right] = -2x \cos(x^4)$

(v) The maximum domain of the function f defined by :

$$f(x) = \sqrt{\frac{x+2}{x-2}}$$

is $[-2, 2]$.

2. (a) Find $\frac{dy}{dx}$, when $y = (\sin x)^{\ln x} + (\ln x)^{\cot x}$.

4

(b) Evaluate :

3

$$\int_0^\pi x \cos^4 x \, dx$$

(c) If $y = e^{m \cot^{-1} x}$, check whether :

3

$$(1+x^2)y_{n+1} + (2nx+m)y_n = 0$$

3. (a) Find the area of the region bounded by the curve $y = 3x - x^2$ and the line $y = x - 3$.

4

(b) Find the maximum and minimum values, if any, for the function :

4

$$f(x) = x^4 - 14x^2 + 24x - 4$$

(c) Find :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\sqrt{3x^2 - 4x + 7} - \sqrt{3x^2 - 7x + 10} \right],$$

if it exists.

2

4. Trace the curve $y = \frac{6}{3-x^2}$, stating all the properties, used for tracing it.

10

5. (a) Prove that :

$$I_n = \int_{\pi/4}^{\pi/2} \cot^n x \, dx = \frac{1}{n-1} - I_{n-2}$$

and hence evaluate I_6 .

5

- (b) Find the points of inflexion of the curve

$$y = \frac{3x}{x^2 + 3}. \text{ Also, show that these points}$$

lie on a line.

5

6. (a) Evaluate :

4

$$\int \frac{x^2 + 1}{x^4 - 3x^2 + 1} \, dx$$

- (b) Prove that :

3

$$\sin x \geq x - \frac{x^3}{6}, \quad \forall x > 0$$

- (c) Differentiate $\tan^{-1}\left(\frac{\sin x + \cos x}{\cos x - \sin x}\right)$ with respect to $\frac{x}{4}$. 3

7. (a) Examine whether the function f given by : 2

$$f(x) = \frac{3[x]}{[x] - 4x}, \quad x \neq 0,$$

is continuous at $x = -\frac{1}{2}$.

- (b) Evaluate : 3

$$\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{dx}{1 + \sqrt{\tan x}}$$

- (c) Find the volume of the solid generated by the revolution of the curve $(2-x)y^2 = 4x$ about its asymptote. 5

MTE-01**स्नातक उपाधि कार्यक्रम****(बी. डी. पी.)****सत्रांत परीक्षा****जून, 2025****ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित****एम.टी.ई.-01 : कलन**

समय : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

भारिता : 70%

नोट : प्रश्न संख्या 1 अनिवार्य है। प्रश्न संख्या 2 से 7 तक कोई चार प्रश्न कीजिए। कैल्कुलेटर का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

1. निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य और कौन-से कथन असत्य हैं ? अपने उत्तर के पक्ष में एक संक्षिप्त उपपत्ति या प्रति-उदाहरण दीजिए :

10

(i) दो विषम फलनों का गुणनफल एक सम फलन होता है।

(ii) फलन $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 8x - 7$, $\mathbf{R}$ पर एक ह्रासमान फलन है।

(iii) एकदिष्ट फलन संतत् होना चाहिए।

$$(iv) \frac{d}{dx} \left[\int_{x^2}^0 \cos(t^2) dt \right] = -2x \cos(x^4)$$

(v) $f(x) = \sqrt{\frac{x+2}{x-2}}$ द्वारा परिभाषित फलन f का अधिकतम संभावित प्रांत $[-2, 2]$ है।

2. (क) $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए, जबकि :

$$y = (\sin x)^{\ln x} + (\ln x)^{\cot x}$$

है।

4

(ख) $\int_0^\pi x \cos^4 x dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

3

(ग) यदि $y = e^{m \cot^{-1} x}$ है, तो जाँच कीजिए कि :

$$(1+x^2)y_{n+1} + (2nx+m)y_n = 0$$

है या नहीं।

3

3. (क) वक्र $y = 3x - x^2$ और रेखा $y = x - 3$ द्वारा घिरे प्रदेश का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

4

(ख) फलन

$$f(x) = x^4 - 14x^2 + 24x - 4$$

के लिए अधिकतम और न्यूनतम मान, यदि कोई हैं, तो ज्ञात कीजिए।

4

(ग) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\sqrt{3x^2 - 4x + 7} - \sqrt{3x^2 - 7x + 10} \right]$ का

मान ज्ञात कीजिए, यदि इस सीमा का अस्तित्व है। 2

4. वक्र $y = \frac{6}{3-x^2}$ का आरेखण कीजिए और ऐसा करने के लिए प्रयोग किए गये गुणधर्मों को लिखिए। 10

5. (क) सिद्ध कीजिए कि :

$$I_n = \int_{\pi/4}^{\pi/2} \cot^n x \, dx = \frac{1}{n-1} - I_{n-2}$$

और I_6 का मान निकालिए। 5

(ख) वक्र $y = \frac{3x}{x^2 + 3}$ के नतिपरिवर्तन बिन्दु ज्ञात कीजिए। दर्शाइए कि ये बिन्दु एक सरल रेखा पर स्थित हैं। 5

6. (क) $\int \frac{x^2 + 1}{x^4 - 3x^2 + 1} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 4

(ख) सिद्ध कीजिए कि : 3

$$\sin x \geq x - \frac{x^3}{6}, \quad \forall x > 0$$

(ग) $\tan^{-1} \left(\frac{\sin x + \cos x}{\cos x - \sin x} \right)$ का $\frac{x}{4}$ के सापेक्ष

अवकलन कीजिए। 3

7. (क) जाँच कीजिए कि :

$$f(x) = \frac{3[x]}{[x] - 4x}, x \neq 0$$

द्वारा परिभाषित फलन $f, x = -\frac{1}{2}$ पर संतुष्ट है या नहीं। 2

(ख) $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{dx}{1 + \sqrt{\tan x}}$ का मान ज्ञात कीजिए। 3

(ग) वक्र $(2-x)y^2 = 4x$ को इसकी अनंतस्पर्शी के परितः घुमाने से बने ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए। 5

× × × × ×