No. of Printed Pages : 12

MTE–03

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)

Term-End Examination

June, 2025

Elective Course : Mathematics

MTE-03 : MATHEMATICAL METHODS

Time : 2 Hours *Maximum Marks : 50*

Weightage : 70%

Note : *(i) Question No.* ***7*** *is compulsory.*

(ii) Attempt any ***four*** *questions from Q. Nos.* ***1*** *to* ***6****.*

(iii) Use of calculator is not allowed.

---

1. (a) Find the equation of a circle, whose centre is at (–2, 4) and it touches the y-axis. 2

   (b) For a Binomial distribution, the mean is 5 and the standard deviation is 2. Find the distribution. 4

(c) Evaluate : 4

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{xe^{2x}}{(2x+1)^2}\,dx$$

2. (a) Show that $f(x) = \sin x(1+\cos x)$ is maximum when $x = \frac{\pi}{3}$. 4

(b) Probability that a boy will pass is $\frac{2}{5}$ and that for a girl is $\frac{3}{5}$. What is the probability that at least one of them passes ? 3

(c) If $\vec{a} = \hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$, $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ and $\vec{c} = -4\hat{i} + 2\hat{j} + 4\hat{k}$, find x such that $\vec{b} + x\vec{c}$ is perpendicular to $\vec{a}$. 3

3. (a) Solve the following differential equation : 4

$$\frac{dy}{dx} - y\cot x = x^2 e^x \sin x$$

(b) If X has p.d.f. $f(x) = e^{-x}$, $x > 0$, then find the mean and variance of X. 3

(c) If $u = \cos^{-1}\left(\frac{x^2 + y^2}{x + 2y}\right)$, show that : 3

$$x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} + \cot u = 0 .$$

4. (a) Calculate the mean and the standard deviation from the following data : 5

x	f
27	1
32	0
37	3
42	6
47	6
52	6
57	7
62	4

(b) Evaluate : 3

$$\int \frac{x^3 \sin^{-1} x^2}{\sqrt{1 - x^4}} dx$$

(c) Determine the sum of the series :

$$5+\sqrt{5}+1+\frac{1}{\sqrt{5}} \text{ ..... to } n \text{ terms}$$

and also to infinity. 2

5. (a) Find the equation of the line passing through (1, 2, 3), whose direction ratios are 2, 3 and 7. Check, whether or not, the point (– 3, – 4, – 11) lies on it. 2

(b) Examine the continuity of the following function at $x = 0$: 3

$$f(x) = \begin{cases} (1+3x)^{\frac{1}{2}}, & \text{when } x \neq 0 \\ e^3 \quad , & \text{when } x = 0 . \end{cases}$$

(c) The ages in years (x) and blood pressure (y) of six persons are given below : 5

x	y
56	147
42	125
72	160
36	118
63	149
47	128

Calculate the correlation coefficient between x and y.

6. (a) Draw the graph of the function $f(x) = \sin x$ on $[0, \pi]$. 3

(b) In a bolt factory, three machines A, B and C manufacture 25%, 35% and 40% respectively of the total. Out of their output, respectively 5%, 4% and 2% are defective bolts. A bolt is drawn from the produce and is found to be defective. What is the probability that it was manufactured by machine C ? 4

(c) Evaluate : 3

$$\lim_{x \to 0} \frac{x}{1 - \sqrt{1 - x}}$$

7. State, whether the following statements are True *or* False. Give proper justification for each : 10

(i) The area of the triangle whose vertices are A(1, 2), B(– 2, 1) and C(3, 4) is 3 sq. units.

(ii) In Poisson distribution, Mean = variance.

(iii) The domain of the function :

$$f(x) = \frac{2}{\sqrt{4 - x^2}}$$

is $\mathbf{R} -]-2, 2[$.

(iv) In an A. P. nth term is the mean of its $(n-1)$th and $(n+1)$th terms.

(v) The function $f(x) = |x - 5|$ is continuous at $x = 5$.

MTE–03

स्नातक उपाधि कार्यक्रम

(बी. डी. पी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2025

ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित

एम.टी.ई.-03 : गणितीय विधियाँ

समय : 2 घण्टे *अधिकतम अंक : 50*

भारिता : 70%

नोट : *(i) प्रश्न संख्या 7 करना अनिवार्य है।*

*(ii) प्रश्न संख्या 1 से 6 तक कोई **चार** प्रश्न कीजिए।*

(iii) कैल्कुलेटर का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

---

1. (क) उस वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका केन्द्र $(-2,4)$ है और y-अक्ष को स्पर्श करता है। 2

(ख) एक द्विपद बंटन के लिए, माध्य 5 है और मानक विचलन 2 है। वह बंटन ज्ञात कीजिए। 4

(ग) मान ज्ञात कीजिए : 4

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x\, e^{2x}}{(2x+1)^2}\, dx$$

2. (क) दर्शाइए कि :

$$f(x) = \sin x(1 + \cos x),$$

$x = \frac{\pi}{3}$ पर अधिकतम है। 4

(ख) एक लड़के के पास होने की प्रायिकता $\frac{2}{5}$ और एक लड़की के पास होने की प्रायिकता $\frac{3}{5}$ है। वह प्रायिकता क्या है जिनमें से कम से कम एक पास होगा ? 3

(ग) यदि $\vec{a} = \hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$, $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ और $\vec{c} = -4\hat{i} + 2\hat{j} + 4\hat{k}$ है, तो x का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए $\vec{b} + x\vec{c}$, $\vec{a}$ के लंबवत् है। 3

3. (क) निम्नलिखित अवकल समीकरण का हल ज्ञात कीजिए : 4

$$\frac{dy}{dx} - y \cot x = x^2 e^x \sin x$$

(ख) यदि X का p.d.f. $f(x) = e^{-x}$, $x > 0$ है, तो X का माध्य और विचलन ज्ञात कीजिए। 3

(ग) यदि $u = \cos^{-1}\left(\frac{x^2 + y^2}{x + 2y}\right)$ है, तो दर्शाइए कि : 3

$$x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} + \cot u = 0$$

4. (क) निम्नलिखित आँकड़ों से माध्य और मानक विचलन ज्ञात कीजिए : 5

x	f
27	1
32	0
37	3
42	6
47	6
52	6
57	7
62	4

(ख) मान ज्ञात कीजिए : 3

$$\int \frac{x^3 \sin^{-1} x^2}{\sqrt{1 - x^4}} dx$$

(ग) श्रेणी $5 + \sqrt{5} + 1 + \frac{1}{\sqrt{5}} + ... n$ पदों तक और अनंत पदों तक योगफल ज्ञात कीजिए। 2

5. (क) उस रेखा की समीकरण ज्ञात कीजिए जो $(1, 2, 3)$ से गुजरती है और जिसके दिश् अनुपात $2, 3$ और 7 हैं। जाँच कीजिए कि बिन्दु $(-3, -4, -11)$ इस पर स्थित है या नहीं। 2

(ख) निम्नलिखित फलन की $x = 0$ पर संततता की जाँच कीजिए : 3

$$f(x) = \begin{cases} (1+3x)^{\frac{1}{2}}, & \text{जबकि } x \neq 0 \\ e^3 \quad , & \text{जबकि } x = 0 \end{cases}$$

(ग) छः व्यक्तियों की आयु (वर्षों में) x और रक्तचाप y नीचे दिया गया है : 5

x	y
56	147
42	125
72	160
36	118
63	149
47	128

x और y के बीच सहसम्बन्ध गुणांक ज्ञात कीजिए।

6. (क) फलन $f(x)=\sin x$ का $[0,\pi]$ पर ग्राफ खींचिए। 3

(ख) पुर्जों की एक फैक्टरी में तीन मशीनें A, B और C क्रमशः 25%, 35% और 40% पुर्जे बनाती हैं। उनके बनाये गये पुर्जों में क्रमशः 5%, 4% और 2% पुर्जे खराब हैं। तैयार पुर्जों में से एक पुर्जा यादृच्छया चुना जाता है और खराब पाया जाता है। वह प्रायिकता क्या है कि यह मशीन C द्वारा बना था ? 4

(ग) मान ज्ञात कीजिए : 3

$$\lim_{x\to 0}\frac{x}{1-\sqrt{1-x}}$$

7. निम्नलिखित कथनों में से कौन-से कथन सत्य हैं तथा कौन-से असत्य ? अपने उत्तर का स्पष्टीकरण दीजिए : 10

(क) शीर्षों A(1, 2), B(– 2, 1) और C(3, 4) द्वारा बने त्रिभुज का क्षेत्रफल 3 वर्ग इकाई है।

(ख) प्वॉयसां बंटन में, माध्य = प्रसरण होता है।

(ग) फलन $f(x) = \frac{2}{\sqrt{4 - x^2}}$ का प्रांत $\mathbf{R} -]-2, 2[$ है।

(घ) एक A.P. में, nवाँ पद उसके $(n - 1)$वें पद और $(n + 1)$वें पद का माध्य होता है।

(ङ) फलन $f(x) = |x - 5|$, $x = 5$ पर सतत् है।

× × × × ×