No. of Printed Pages : 16

# MTE–04/ MTE–05

## BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)

## Term-End Examination

## June, 2025

**(Elective Course : Mathematics)**

**MTE-04 : ELEMENTARY ALGEBRA**

**AND**

**MTE-05 : ANALYTICAL GEOMETRY**

*Time : 3 Hours* *Maximum Marks : 50*

---

***Instructions*** **:**

1. *Students registered for both MTE-04 and MTE-05 courses should answer both the question papers in two separate answer books entering their enrolment number, course code and course title clearly on both the answer books.*
2. *Students who have registered for MTE-04 or MTE-05 should answer the relevant question paper after entering their enrolment number, course code and course title on the answer book.*

# MTE–04/MTE–05

## स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी. डी. पी.)

## सत्रांत परीक्षा

## जून, 2025

**(ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित)**

**एम.टी.ई.–04 : प्रारंभिक बीजगणित**

**एवं**

**एम.टी.ई.–05 : वैश्लेषिक ज्यामिति**

*समय : 3 घण्टे* *अधिकतम अंक : 50*

---

***निर्देश :***

1. *जो छात्र एम.टी.ई.–04 और एम.टी.ई.–05 दोनों पाठ्यक्रमों के लिए पंजीकृत हैं, दोनों प्रश्न-पत्रों के उत्तर अलग-अलग उत्तर पुस्तिकाओं में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ-साफ लिखकर दें।*
2. *जो छात्र एम.टी.ई.–04 या एम.टी.ई.–05 किसी एक के लिए पंजीकृत हैं, अपने उसी प्रश्न-पत्र के उत्तर उत्तर-पुस्तिका में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ-साफ लिखकर दें।*

# MTE–04

## BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)

## Term-End Examination

## June, 2025

### MTE-04 : ELEMENTARY ALGEBRA

*Time : $1\frac{1}{2}$ Hours* *Maximum Marks : 25*

*Weightage : 70%*

---

***Note :*** *Question No.* ***5*** *is compulsory. Do any* ***three*** *questions from Question Nos.* ***1*** *to* ***4****. Use of calculator is not allowed.*

---

1. (a) Use Gauss' elimination method to solve the following system of equations : 3

$$x + 2y + z = 1$$

$$3x + y + 2z = 3$$

$$x + 7y + 2z = 1$$

(b) If the argument of the complex number $\frac{z-i}{z+i}$ is $\frac{\pi}{4}$, show that $z$ lies on a circle. 2

2. (a) Solve the equation :

$$X^3 - 7X^2 + 14X - 8 = 0,$$

given that its roots are in G. P. 3

(b) Obtain all the eighth roots of $-\sqrt{3} - i$. 2

3. (a) State Weierstrass' inequality and apply it to show that : 3

$$\frac{1}{n+1} + \sum_{i=1}^{n} \left( \frac{1}{1+i} \right) \geq 1$$

(b) Show that : 2

$$\begin{vmatrix} a^2 & a & 1 \\ b^2 & b & 1 \\ c^2 & c & 1 \end{vmatrix} = -(a-b)(b-c)(c-a)$$

4. (a) The following equations give the quantity supplied $(Q_s)$ and the quantity demanded $(Q_d)$ at the price (P) for the related markets of two products A and B. The equilibrium price is obtained when $Q_s = Q_d$ for each. Find the equilibrium conditions for

each market using the substitution method : 3

$$Q_{dA} = 82 - 3P_A + P_B$$

$$Q_{dB} = 92 + 2P_A - 4P_B$$

$$Q_{sA} = -5 + 15P_A$$

$$Q_{sB} = -6 + 32P_B .$$

(b) Let :

$$A = \{x \in \mathbf{Z} \mid x \text{ is a multiple of } 3\}$$

and $B = \mathbf{Q} \cap \{-5, -4, -3, ...., 8, 9, 10\}$.

Represent A by the listing method, B by property method and $(\mathbf{N} \setminus B) \cap A$ in a Venn diagram. 2

5. Which of the following statements are true and which are false ? Justify your answer with a short proof or a counter-example :

2×5=10

(i) For any non-singular matrix A :

$$(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t .$$

(ii) For three sets A, B and C from a universal set S, if $A \cup B = A \cup C$ and $A^C \cup B = A^C \cup C$, then $B = C$.

(iii) For any $z_1, z_2 \in \mathbf{C}$ :

$$\left| |z_1| - |z_2| \right| = |z_1 - z_2| .$$

(iv) Every polynomial of degree $n \geq 0$ has a real root.

(v) For any $a, b \in \mathbf{R}$ :

$$a \leq b \Rightarrow a^2 \leq b^2 .$$

# MTE–04

## स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी. डी. पी.)

## सत्रांत परीक्षा

## जून, 2025

### एम.टी.ई.-04 : प्रारंभिक बीजगणित

*समय : $1\frac{1}{2}$ घण्टे*  *अधिकतम अंक : 25*

*भारिता : 70%*

---

***नोट :*** *प्रश्न सं.* ***5*** *करना जरूरी है। प्रश्न सं.* ***1*** *से* ***4*** *तक किन्हीं* ***तीन*** *प्रश्नों के उत्तर दीजिए। कैल्कुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।*

---

1. (क) निम्नलिखित रैखिक समीकरणों को हल करने के लिए गाउसीय निराकरण विधि का उपयोग कीजिए : 3

$$x + 2y + z = 1$$

$$3x + y + 2z = 3$$

$$x + 7y + 2z = 1$$

(ख) यदि किसी सम्मिश्र संख्या $\frac{z-i}{z+i}$ का कोणांक $\frac{\pi}{4}$ है, तो दिखाइए कि $z$ एक वृत्त पर स्थित है। 2

2. (क) समीकरण $X^3 - 7X^2 + 14X - 8 = 0$ को हल कीजिए, यदि इसके मूल G.P. में हैं। 3

(ख) $-\sqrt{3} - i$ के सभी आठवें मूल प्राप्त कीजिए। 2

3. (क) वीरस्ट्रास असमिका का कथन दीजिए और इसे लागू करके दिखाइए कि : 3

$$\frac{1}{n+1} + \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{1+i}\right) \geq 1$$

(ख) दिखाइए कि : 2

$$\begin{vmatrix} a^2 & a & 1 \\ b^2 & b & 1 \\ c^2 & c & 1 \end{vmatrix} = -(a-b)(b-c)(c-a)$$

4. (क) अग्रलिखित समीकरणों द्वारा दो उत्पादों A और B के जुड़े बाजारों के लिए मूल्य (P) पर सप्लाई (Supply) की गई मात्रा ($Q_s$) और माँग मात्रा ($Q_d$) दी गई है।

जब प्रत्येक के लिए $Q_s = Q_d$, तब संतुलन मूल्य प्राप्त होता है। प्रतिस्थापन विधि का प्रयोग करते हुए प्रत्येक बाजार के लिए सन्तुलित प्रतिबंध ज्ञात कीजिए : 3

$$Q_{dA} = 82 - 3P_A + P_B$$

$$Q_{dB} = 92 + 2P_A - 4P_B$$

$$Q_{sA} = -5 + 15P_A$$

$$Q_{sB} = -6 + 32P_B.$$

(ख) मान लीजिए $A = \{x \in \mathbf{Z} \mid x$, 3 का गुणज है$\}$ और $B = \mathbf{Q} \cap \{-5, -4, -3, ...., 8, 9, 10\}$। A को सूची विधि से, B को गुण विधि से और $(\mathbf{N} \setminus B) \cap A$ को वेन आरेख में निरूपित कीजिए। 2

5. निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य हैं और कौन-से असत्य हैं ? किसी संक्षिप्त उपपत्ति या प्रति-उदाहरण द्वारा अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए : 5×2=10

(i) किसी भी व्युत्क्रमणीय आव्यूह A के लिए :

$$(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$$

(ii) समष्टीय समुच्चय S के तीन समुच्चय A, B और C हैं, तो यदि $A \cup B = A \cup C$ और $A^C \cup B = A^C \cup C$ है, तो $B = C$ है।

(iii) किसी भी $z_1, z_2 \in \mathbf{C}$, के लिए $||z_1| - |z_2|| = |z_1 - z_2|$ होता है।

(iv) घात $n \geq 0$ वाले प्रत्येक बहुपद का एक वास्तविक मूल होता है।

(v) किसी भी $a, b \in \mathbf{R}$ के लिए $a \leq b \Rightarrow a^2 \leq b^2$ ।

# MTE–05

## BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)

## Term-End Examination

## June, 2025

### MTE-05 : ANALYTICAL GEOMETRY

*Time : $1\frac{1}{2}$ Hours* *Maximum Marks : 25*

*Weightage : 70%*

---

***Note :*** *Question No.* ***1*** *is compulsory. Answer any* ***three*** *questions from Question Nos.* ***2*** *to* ***5****. Use of calculator is not allowed.*

---

1. Which of the following statements are true and which are false ? Justify your answers :

2×5=10

(i) If a line in 3D makes angles 60° and 45° with $x$ and $y$-axes, respectively, then it makes an angle of 60° with the $z$-axis.

(ii) The line $\frac{x-3}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-1}{5}$ intersects the plane $y+z=4$.

(iii) The distance between the foci of the ellipse $3x^2 + 4y^2 = 24$ is $\sqrt{2}$.

(iv) The planar section of $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{25} = 1$ by the XY-plane is a circle.

(v) The projection of the line segment joining $(1,2,0)$ and $(2,4,-1)$ on the $y$-axis is 2.

2. (a) Show that the triangle formed by the points $(2,3,1),(-2,2,0)$ and $(0,1,-1)$ is right-angled. 2

(b) Find the equation of the sphere that passes through the points $(0,0,1),(0,1,0)$, $(1,0,0)$ and touches the plane $x + y + z = 1$. 3

3. (a) Does the equation :

$$2x^2 - y^2 + z^2 + 2xy + 10yz + 6zx = 0$$

represent a cone ? Why ? 2

(b) Check whether the surface represented by $x^2 + y^2 = 2(z+1)$ is symmetric about the YZ-plane, ZX-plane and XY-plane. Do the coordinate axes intersect the surface ? 3

4. (a) Find the equation of the cylinder whose base is the circle $x^2 + y^2 = 4$, $z = 0$ and the axis is $x = \frac{y}{2} = z$. 2

(b) Find the centre of the conicoid : 3

$$3x^2 + 5y^2 + 3z^2 - 2yz + 2zx - 2xy + 2x + 12y + 10z + 20 = 0$$

5. (a) Find the radius of the circle : 2

$$x^2 + y^2 + z^2 + 10y - 4z - 8 = 0,$$

$$x + y + z = 3.$$

(b) Show that the plane $x + y = 2z + 1$ touches the paraboloid $ax^2 + by^2 = 2z$, if $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 4$. 3

# MTE–05

## स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी. डी. पी.)

## सत्रांत परीक्षा

## जून, 2025

### एम.टी.ई.-05 : वैश्लेषिक ज्यामिति

*समय : $1\frac{1}{2}$ घण्टे* *अधिकतम अंक : 25*

*भारिता : 70%*

---

**नोट :** *प्रश्न सं. **1** करना अनिवार्य है। प्रश्न सं. **2** से **5** तक से किन्हीं **तीन** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। कैल्कुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।*

---

1. निम्नलिखित में से कौन–से कथन सत्य और कौन–से असत्य हैं ? अपने उत्तरों की पुष्टि कीजिए : 2×5=10

   (i) यदि 3D में कोई रेखा $x$ और $y$–अक्षों से क्रमश: 60° और 45° के कोण बनाती है, तो वह $z$–अक्ष से 60° का कोण बनाएगी।

   (ii) रेखा $\frac{x-3}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-1}{5}$ समतल $y+z=4$ को प्रतिच्छेद करती है।

(iii) दीर्घवृत्त $3x^2 + 4y^2 = 24$ की नाभियों के बीच की दूरी $\sqrt{2}$ है।

(iv) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{25} = 1$ के XY–तल का समतलीय खण्ड एक वृत्त है।

(v) (1, 2, 0) और (2, 4, –1) को मिलाने वाले रेखा खण्ड का $y$–अक्ष पर प्रक्षेप 2 है।

2. (क) दिखाइए कि बिन्दुओं $(2,3,1), (-2,2,0)$ और $(0,1,-1)$ को मिलाने वाला त्रिभुज एक समकोण त्रिभुज है। 2

(ख) उस गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं $(0,0,1), (0,1,0)$, $(1,0,0)$ से होकर गुजरता है और समतल $x + y + z = 1$ को स्पर्श करता है। 3

3. (क) क्या समीकरण :

$$2x^2 - y^2 + z^2 + 2xy + 10yz + 6zx = 0$$

एक शंकु को निरूपित करता है ? क्यों ? 2

(ख) जाँच कीजिए कि $x^2 + y^2 = 2(z+1)$ द्वारा निरूपित पृष्ठ YZ–तल, ZX–तल और XY–तल के सापेक्ष सममित है या नहीं। क्या निर्देशांक अक्ष इस पृष्ठ को प्रतिच्छेद करते हैं ? 3

4. (क) उस बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका आधार वृत्त $x^2 + y^2 = 4$, $z = 0$ है और अक्ष $x = \frac{y}{2} = z$ है। 2

(ख) शांकवज :

$$3x^2 + 5y^2 + 3z^2 - 2yz + 2zx - 2xy + 2x + 12y + 10z + 20 = 0$$

का केंद्र ज्ञात कीजिए। 3

5. (क) वृत्त :

$$x^2 + y^2 + z^2 + 10y - 4z - 8 = 0,$$

$$x + y + z = 3$$

की त्रिज्या ज्ञात कीजिए। 2

(ख) दिखाइए कि समतल $x + y = 2z + 1$ परवलयज $ax^2 + by^2 = 2z$ को स्पर्श करता है, यदि $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 4$ हो। 3

× × × × ×