No. of Printed Pages : 10 **MTE–10**

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)

Term-End Examination

June, 2025

Elective Course : Mathematics

MTE-10 : NUMERICAL ANALYSIS

Time : 2 Hours *Maximum Marks : 50*

Weightage : 70%

Note : *Answer any **five** questions. All computations may be done upto 3 decimal places. Use of calculators is **not** allowed. Symbols have their usual meanings.*

---

1. (a) Find the approximate root of the equation $x^3 - 4x + 7 = 0$ using the Newton-Raphson method, with $x_0 = -2$. 4

(b) The Gauss-Seidel method is used to solve the system of equations :

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & 2 \\ 5 & 4 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Determine the rate of convergence of the method. 6

2. (a) Using classical Runge-Kutta fourth order method, find an approximate value of y (0.4) for the IVP :

$$\frac{dy}{dx} = x^2 + y, \qquad y(0) = 1,$$

with $h = 0.2$. 6

(b) Estimate the eigen values of the following matrix using the Gershgorin bounds : 4

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

3. (a) Evaluate $\int_0^1 \frac{1}{4-x^2}dx$ using the Trapezoidal rule with $h = 0.5$ and $h = 0.25$. Use Romberg's method to improve the result. 5

(b) The method :

$$x_{n+1} = \frac{1}{9}\left[5x_n + \frac{5N}{x_n^2} - \frac{N^2}{x_n^5}\right], n = 0, 1, 2, ...;$$

where N is a positive constant, converges to $N^{1/3}$. Find the rate of convergence of the method. 5

4. (a) Find the interpolating polynomial by Newton's divided difference formula for the following data : 5

x	$f(x)$
1	3
2	2
4	4
7	5
10	6

(b) Find the inverse of the matrix :

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

using the Gauss-Jordan method. 5

5. (a) Solve the system of equations Ax = b, using LU decomposition method, where : 5

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 4 \\ -1 & 6 & 3 \end{bmatrix},$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix},$$

$$b = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

(b) Determine a unique polynomial $f(x)$ of degree ≤ 3 such that :

$$f(x_0) = 4, \; f'(x_0) = 2, \; f(x_1) = 2, \; f'(x_1) = 3,$$

where $x_1 - x_0 = h$. 5

6. (a) Prove that : 3

$$\mu = \sqrt{1 + \frac{\delta^2}{4}}$$

(b) Find the interval of unit length which contains the smallest positive root of the equation $x^3 - 2x - 10 = 0$. Using the midpoint of this interval as the initial approximation, perform two iterations of the Berge-Vieta method. 7

7. (a) Find the value of $p(3)$ and $p'(3)$ for the polynomial :

$$p(x) = x^4 + x^3 - x - 2$$

using Horner's method. 3

(b) Consider the table of values of $f(x) = xe^x$ given below :

x	***f (x)***
1.8	10.8894
1.9	12.7032
2.0	14.7781
2.1	17.1489
2.2	19.8550

Find $f''(2.0)$ using the central difference formula of $O(h^2)$ for $h = 0.1$ and $h = 0.2$. Calculate TE in both the cases. 7

MTE–10

स्नातक उपाधि कार्यक्रम

(बी. डी. पी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2025

ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित

एम.टी.ई.–10 : संख्यात्मक विश्लेषण

समय : 2 घण्टे *अधिकतम अंक : 50*

भारिता : 70%

नोट : *किन्हीं **पाँच** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। सभी अभिकलन तीन दशमलव स्थानों तक निकटित कर सकते हैं। कैल्कुलेटरों के प्रयोग की अनुमति **नहीं** है। प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।*

---

1. (क) $x_0 = -2$ लेकर, न्यूटन–रैफ्सन विधि से समीकरण $x^3 - 4x + 7 = 0$ का एक सन्निकट मूल ज्ञात कीजिए। 4

(ख) समीकरण निकाय :

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & 2 \\ 5 & 4 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

को हल करने के लिए गाउस–सीडल विधि का प्रयोग किया जाता है। इस विधि की अभिसरण दर ज्ञात कीजिए। 6

2. (क) $h = 0.2$ लेकर चिरप्रतिष्ठित रुंगे–कुट्टा चतुर्थ कोटि विधि से आदिमान समस्या :

$$\frac{dy}{dx} = x^2 + y, \qquad y(0) = 1,$$

के लिए $y(0.4)$ का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए। 6

(ख) गर्श्चगोरिन परिबंधों से नीचे दिए गए आव्यूह के आइगेन मान आकलित कीजिए : 4

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

3. (क) $h = 0.5$ और $h = 0.25$ लेकर समलंबी नियम से $\int_0^1 \frac{1}{4-x^2} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। रोम्बर्ग विधि का प्रयोग करके परिणाम में सुधार कीजिए। 5

(ख) विधि :

$$x_{n+1} = \frac{1}{9}\left[5x_n + \frac{5N}{x_n^2} - \frac{N^2}{x_n^5}\right], n = 0, 1, 2, ...$$

$N^{1/3}$ को अभिसरित होती है, जहाँ N एक धन स्थिरांक है। इस विधि की अभिसरण दर ज्ञात कीजिए 5

4. (क) नीचे दिए गए आँकड़ों के लिए न्यूटन के विभाजित अंतर सूत्र से अंतर्वेशी बहुपद ज्ञात कीजिए : 5

x	$f(x)$
1	3
2	2
4	4
7	5
10	6

(ख) गाउस–जॉर्डन विधि से आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए। 5

5. (क) LU वियोजन विधि से समीकरण निकाय $Ax = b$ को हल कीजिए, जहाँ : 5

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 4 \\ -1 & 6 & 3 \end{bmatrix},$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix},$$

$$b = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

(ख) घात अधिकतम 3 का ऐसा अद्वितीय बहुपद $f(x)$ ज्ञात कीजिए कि $f(x_0) = 4,\ f'(x_0) = 2,\ f(x_1) = 2,$ $f'(x_1) = 3$, जहाँ $x_1 - x_0 = h$ है। 5

6. (क) सिद्ध कीजिए कि : 3

$$\mu = \sqrt{1 + \frac{\delta^2}{4}}$$

(ख) इकाई लंबाई वाला वह अंतराल ज्ञात कीजिए जिसमें समीकरण $x^3 - 2x - 10 = 0$ का न्यूनतम धनात्मक मूल हो। इस अंतराल के मध्य बिंदु को प्रारंभिक सन्निकटन मानकर बर्ज–विएटा विधि की दो पुनरावृत्तियाँ दीजिए। 7

7. (क) हॉर्नर विधि से बहुपद $p(x) = x^4 + x^3 - x - 2$ के लिए p (3) और p' (3) का मान ज्ञात कीजिए। 3

(ख) $f(x) = xe^x$ की निम्नलिखित मान सारणी पर विचार कीजिए :

x	***f* (*x*)**
1.8	10.8894
1.9	12.7032
2.0	14.7781
2.1	17.1489
2.2	19.8550

$h = 0.1$ और $h = 0.2$ के लिए $O(h^2)$ का केन्द्रीय अंतर सूत्र का प्रयोग करके $f''(2.0)$ का मान ज्ञात कीजिए। दोनों मामलों में TE की गणना कीजिए। 7

× × × × ×