No. of Printed Pages : 10 **MTE–13**

BACHELOR'S DEGREE

PROGRAMME (BDP)

Term-End Examination

June, 2025

MTE-13 : DISCRETE MATHEMATICS

Time : 2 Hours *Maximum Marks : 50*

***Note :** Q. No. **1** is compulsory. Do any **four** questions from Q. Nos. **2** to **7**. Calculator are not allowed.*

1. Which of the following statements are True and which are False ? Justify your answers : 5×2=10

   (i) $(p \to q) \Leftrightarrow (\sim p \vee q)$ is a tautology.

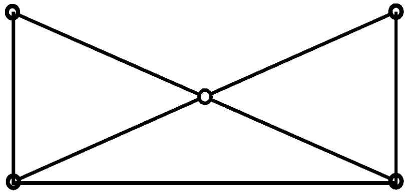
   (ii) $a_n + 3a_{n-1} - 4a_{n-3} = 0$ is a homogeneous recurrence relation of order two.

(iii) $K_{4,4}$ is a non-planar graph.

(iv) If $n \in N$ has a self-conjugate partition, then n is of the form $\frac{m(m+1)}{2}$ for some $m \in N$.

(v) "Every real number is the square of another real number" is a proposition.

2. (a) Draw *three* non-isomorphic spanning trees of the graph drawn below, with justification : 3

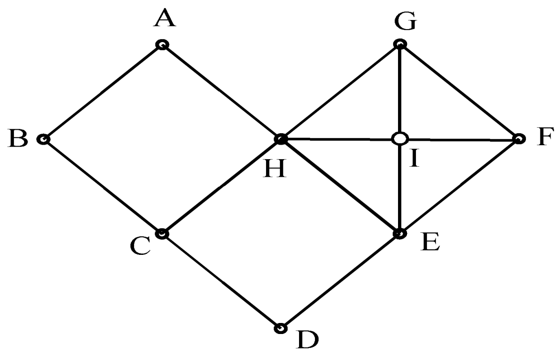


(b) Write the negation, converse and contrapositive of the following proposition : 3

"If two numbers are not equal, then their squares are not equal."

(c) How many positive integers ≤ 1200 are not divisible by any of 3, 5 or 7 ? 4

3. (a) Check whether the following graph is Eulerian. Is it Hamiltonian ? Justify your answer. 4



(b) Let X = {1, 2, 4, 5, 10, 20}. For any $a, b \in X$, define : 6

and $a \vee b =$ l.c.m. of a and b

$a \wedge b =$ g.c.d. of a and b.

Check whether or not, X is a Boolean algebra w.r.t. $\vee$ and $\wedge$.

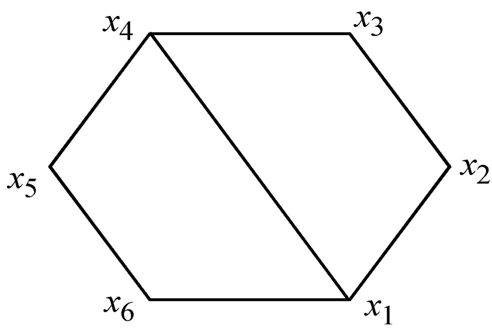
4. (a) Prove the following identity : 3

$$\sum_{i=0}^{k} C(n,i).C(n,k-i) = C(2n,k)$$

(b) Solve the recurrence : 3

$$4a_n + 8a_{n-1} + 3a_{n-2} = 0, \quad n \geq 2$$

(c) (i) Draw the complement of the graph given below : 2



(ii) Is this complement a planar graph ? Justify your answer. 2

5. (a) If a five-digit number is chosen at random, what is the probability that the product of its digits is 28 ? 4

(b) Using generating functions, find a formula for a_n which satisfies the recurrence relation : 6

$$a_n = n + 2a_{n-1} (n \geq 1) \text{ and } a_0 = 1.$$

6. (a) Find the Boolean expression in DNF for which the function $f : \mathrm{B}^3 \to \mathrm{B}$ is given by the following table : 5

(x_1, x_2, x_3)	$f(x_1, x_2, x_3)$
(0, 0, 0)	1
(0, 0, 1)	0
(0, 1, 0)	1
(0, 1, 1)	1
(1, 0, 0)	1
(1, 1, 0)	0
(1, 0, 1)	1
(1, 1, 1)	1

(b) Prove that : 5

$$\mathrm{S}_n^2 = 2^{n-1} - 1, \quad \forall n \geq 2$$

7. (a) Find the coefficient of x^7 in the expansion of $(2x^2 + 2x + 1)^6$. 5

(b) Draw a connected planar 3-regular graph with eight vertices. Find the number of regions in any plane drawing of this graph. 5

MTE–13

स्नातक उपाधि कार्यक्रम

(बी. डी. पी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2025

एम.टी.ई.–13 : विविक्त गणित

समय : 2 घण्टे *अधिकतम अंक : 50*

नोट : *प्रश्न सं. 1 अनिवार्य है। प्रश्न सं. 2 से 7 तक किन्हीं* ***चार*** *प्रश्नों के उत्तर दीजिए। कैल्कुलेटरों के प्रयोग अनुमति नहीं है।*

1. निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य हैं और कौन-से असत्य हैं ? अपने उत्तरों की पुष्टि कीजिए : 5×2=10

   (i) $(p \to q) \Leftrightarrow (\sim p \vee q)$ का सर्वसत्य कथन है।

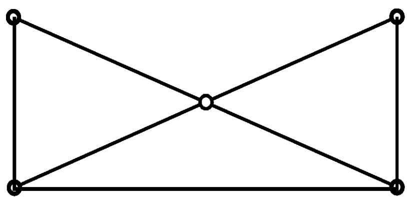
   (ii) $a_n + 3a_{n-1} - 4a_{n-3} = 0$ कोटि दो वाला एक समघात पुनरावृत्ति संबंध है।

   (iii) $K_{4,4}$ एक असमतलीय ग्राफ है।

(iv) यदि $n \in \mathrm{N}$ का एक स्वसंयुग्मी विभाजन है, तो किसी $m \in \mathrm{N}$ के लिए $n = \frac{m(m+1)}{2}$ है।

(v) "प्रत्येक वास्तविक संख्या किसी अन्य वास्तविक संख्या का वर्ग है।" एक कथन है।

2. (क) नीचे दिए ग्राफ के **तीन** अतुल्याकारी जनक वृक्ष, पुष्टि सहित बनाइए : 3

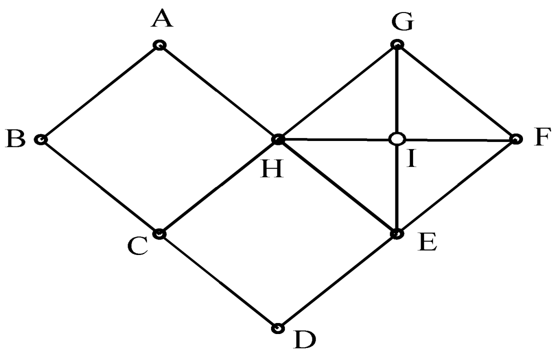


(ख) निम्नलिखित कथन के निषेध, विलोम और प्रतिस्थितक लिखिए : 3

"यदि दो संख्याएँ बराबर नहीं हैं, तो उनके वर्ग भी बराबर नहीं हैं।"

(ग) 1200 या इससे छोटे कितने धन पूर्णांक 3, 5 या 7 में से किसी से भी विभाज्य नहीं हैं ? 4

3. (क) जाँच कीजिए कि निम्नलिखित ग्राफ ऑयलरीय है या नहीं। क्या यह हैमिल्टोनीय है ? अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए। 4



(ख) मान लीजिए X = {1, 2, 4, 5, 10, 20} है। किसी भी $a, b \in X$ के लिए परिभाषित कीजिए : 6

$a \vee b = a$ और b का लघुतम समापवर्त्य

तथा $a \wedge b = a$ और b का महत्तम समापवर्तक

जाँच कीजिए कि $\vee$ और $\wedge$ के सापेक्ष X एक बूलीय बीजावली है या नहीं।

4. (क) निम्नलिखित सर्वसमिका सिद्ध कीजिए : 3

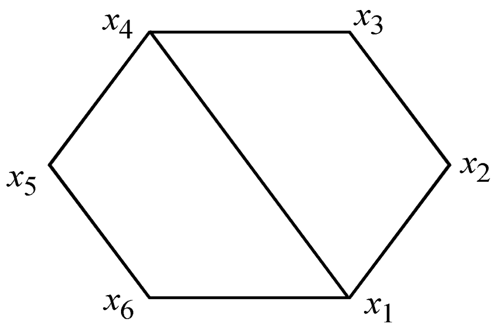
$$\sum_{i=0}^{k} C(n,i).C(n,k-i) = C(2n,k)$$

(ख) पुनरावृत्ति : 3

$$4a_n + 8a_{n-1} + 3a_{n-2} = 0, \ \ n \geq 2$$

को हल कीजिए।

(ग) (i) नीचे दिए गए ग्राफ का पूरक बनाइए : 2



(ii) क्या पूरक एक समतलीय ग्राफ है ? अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए। 2

5. (क) यदि एक पाँच-अंकीय संख्या यादृच्छया चुनी जाती है, तो क्या प्रायिकता है कि इसके अंकों का गुणनफल 28 है ? 4

(ख) जनक फलनों का प्रयोग करके, a_n के लिए एक सूत्र ज्ञात कीजिए जो पुनरावृत्ति संबंध $a_n = n + 2a_{n-1}$ $(n \geq 1)$ और $a_0 = 1$ को संतुष्ट करता हो। 6

6. (क) निम्नलिखित सारणी द्वारा परिभाषित फलन $f : B^3 \to B$ के लिए, बूलीय व्यंजक का DNF ज्ञात कीजिए : 5

(x_1, x_2, x_3)	$f(x_1, x_2, x_3)$
(0, 0, 0)	1
(0, 0, 1)	0
(0, 1, 0)	1
(0, 1, 1)	1
(1, 0, 0)	1
(1, 1, 0)	0
(1, 0, 1)	1
(1, 1, 1)	1

(ख) सिद्ध कीजिए कि सभी $n \geq 2$ के लिए $S_n^2 = 2^{n-1} - 1$ है। 5

7. (क) $(2x^2 + 2x + 1)^6$ के प्रसार में x^7 का गुणांक ज्ञात कीजिए। 5

(ख) 8 शीर्षों पर एक संबद्ध समतलीय 3–नियमित ग्राफ बनाइए। इस ग्राफ के किसी भी समतल में क्षेत्रों की संख्या ज्ञात कीजिए। 5

× × × × ×