No. of Printed Pages : 14 **BMTC–101**

B. SC. (MATHEMATICS) (BSCFMT)

Term-End Examination

June, 2026

BMTC-101 : INTRODUCTION TO PROBABILITY AND STATISTICS

Time : 2 Hours *Maximum Marks : 50*

Note : *Question No.* ***1*** *is compulsory. Attempt any* ***four*** *questions from Question Nos.* ***2*** *to* ***7****. Non-programmable scientific calculator is allowed. All the symbols used have their usual meaning.*

---

1. Which of the following statements are true *or* false ? Justify your answer. 10

   (i) For any two events A and B, $P(A \cup B)$ cannot be greater than P(A) or P(B).

   (ii) The algebraic sum of deviations of a set of n values from their arithmetic mean is n.

(iii) The mean and variance of the binomial distribution :

$${}^{20}C_x\left(\frac{1}{2}\right)^x\left(\frac{1}{2}\right)^{20-x} \quad ; \; x = 0,\ 1,\ 2,\ .....,\ 20$$

are 10 and 5 respectively.

(iv) If the correlation coefficient between x and y is – 0.60, then the correlation coefficient between $2x - 1$ and $-3y + 5$ will be 0.60.

(v) If X ~ N (0, 1), then the value of

$$P[-3{\cdot}2 \le X \le 0]$$

will be 0.5.

2. (a) Let the joint probability mass function of X and Y be : 5

$$f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{x+y}{21}, & x = 1, 2, 3 \text{ and } y = 1, 2 \\ 0 \ , & \text{otherwise} \end{cases}$$

Find the marginal *pmf* of x and y. Also, find the mean and variance of x and y.

(b) A die is thrown 60 times with the following results :

Face	Frequency
1	8
2	7
3	12
4	8
5	14
6	11

Test at 5% level of significance if the die is unbiased.

[Given is $\chi^2_{(5)} = 11.07$, $\chi^2_{(6)} = 12{\cdot}59$, $\chi^2_{(7)} = 14.07$]. 5

3. (a) Construct both ogives with the help of data given below :

Class Interval	Frequency
0–5	15
5–10	17
10–15	20
15–20	16
20–25	10
25–30	2

Estimate the median from the graph. 5

(b) Products produced by a machine have 3% defective rate. What is the probability that the :

(i) First defective occurs in the fifth item inspected.

(ii) First defective occurs in the first five inspections. 5

4. (a) For a positively skewed distribution, the Pearson's coefficient of skewness is 1. If the standard deviation is 5, what will be the value of third central moment m_3 ? 2

(b) Prove that Poisson distribution is a limiting case of binomial distribution. 3

(c) A sample of 100 items is taken at random from a batch known to contain 40% defectives. What is the probability that the sample contains : 5

(i) at least 44 defectives ?

(ii) exactly 44 defectives ?

[Given is

$P\ [0 < Z < 0.7143] = 0.2624$,

$P\ [0 < Z < 0.9184] = 0.3208$,

$P\ [0 < Z < 1.2347] = 0.5$]

5. (a) Let X be a random variable with density function $f(x) = 6x(1 - x), 0 \leq x \leq 1$. 5

(i) Check whether f is a pdf or not.

(ii) Find its cdf.

(iii) Compute $P\left[X \leq \frac{1}{2} \middle| \frac{1}{3} \leq X \leq \frac{2}{3}\right]$.

(iv) Find k if $P[X < k] = P[X > k]$.

(b) If X is a random variable having binomial distribution with mean 2.4 and variance 1.44, find $P[X \geq 5]$. 5

6. (a) A problem is given to two students A and B. The odds in favour of A solving the problem are 6 to 9 and against B solving the problem 12 to 10. If A and and B attempt, find the probability of the problem being solved. 5

(b) The scores obtained by 9 salesmen of a company in an intelligence

test and their weekly sales are given as below :

Salesmen	Test Scores	Weekly Sales (in ’000 ₹)
A	50	30
B	60	60
C	50	40
D	60	50
E	80	60
F	50	30
G	80	70
H	40	50
I	70	60

(i) Obtain the regression equation of sales on intelligence test scores of the salesmen.

(ii) If the intelligence test score of a salesman is 65, what would be his expected weekly sales ? 5

7. (a) The weekly sales of two products A and B were recorded as given below :

Product A	Product B
59	15
75	20
27	12
63	31
25	33
28	28
52	22

Find out which of the two products shows greater fluctuations in sales. 5

(b) Let X and Y be jointly distributed with pdf :

$$f_{(X,Y)}(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{4}(1+xy), & |x|<1, |y|<1 \\ 0 & , \text{otherwise} \end{cases}$$

Check whether X and Y are independent. Also, determine the conditional distribution of Y for X = x. 5

BMTC–101

बी. एस.-सी. (गणित) (बी.एस.-सी.एफ.एम.टी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2026

बी.एम.टी.सी.-101 : प्रायिकता और सांख्यिकी का परिचय

समय : 2 घण्टे अधिकतम अंक : 50

नोट : *प्रश्न सं. 1 करना अनिवार्य है। प्रश्न सं. 2 से 7 तक कोई* ***चार*** *प्रश्न हल कीजिए। बिना प्रोग्राम वाले वैज्ञानिक कैलकुलेटर का प्रयोग कर सकते हैं। संकेतनों के अर्थ सामान्य हैं।*

1. निम्नलिखित कथनों में से कौन-से कथन सत्य **या** असत्य हैं? अपने उत्तर के कारण दीजिए। 10

   (i) किन्हीं दो घटनाओं A और B के लिए, $P(A \cup B)$, P(A) या P(B) से अधिक नहीं हो सकता है।

(ii) n मानों के एक समुच्चय का उनके समान्तर माध्य से लिए एक विचलनों का बीजगणितीय योगफल n होता है।

(iii) द्विपद बंटन $^{20}C_x \left(\frac{1}{2}\right)^x \left(\frac{1}{2}\right)^{20-x}$; x = 0, 1, 2, ... ,20, का माध्य और प्रसरण क्रमशः 10 और 5 होगा।

(iv) यदि x और y के बीच सहसम्बन्ध गुणांक – 0.60 है तो $2x$ – 1 और – $3y$ + 5 के बीच सहसम्बन्ध गुणांक 0.60 होगा।

(v) यदि X ~ N (0, 1) है, तो P[– 3.2 ≤ X ≤ 0] का मान 0.5 होगा।

2. (क) मान लीजिए कि X और Y का संयुक्त प्रायिकता द्रव्यमान फलन निम्नलिखित है :

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x+y}{21}, & x = 1, 2, 3 \text{ और } y = 1, 2 \\ 0, & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

x और y के उपांत pmf ज्ञात कीजिए। x और y के माध्य और प्रसरण भी ज्ञात कीजिए। 5

(ख) एक पाँसा 60 बार उछाला जाता है और निम्नलिखित परिणाम दर्शाता है :

फलक	बारंबारता
1	8
2	7
3	12
4	8
5	14
6	11

5% सार्थकता स्तर पर परीक्षण कीजिए कि पाँसा अनभिनत है। [दिया है : $\chi^2_{(5)} = 11.07$, $\chi^2_{(6)} = 12.59$, $\chi^2_{(7)} = 14.07$] 5

3. (क) निम्नलिखित आँकड़ों के लिए दोनों प्रकार के तोरण वक्र खींचिए :

वर्ग अन्तराल	बारंबारता
0–5	15
5–10	17
10–15	20
15–20	16
20–25	10
25–30	2

ग्राफ से माध्यिका का आकलन कीजिए। 5

(ख) एक मशीन द्वारा बने उत्पादों के खराब निकलने की दर 3% है। वह प्रायिकता क्या है कि : 5

(i) निरीक्षण किया गया पाँचवाँ उत्पाद पहला खराब उत्पाद निकलता है ?

(ii) पहले पाँच उत्पादों के निरीक्षण में पहला खराब उत्पाद निकलता है ?

4. (क) एक धनात्मक वैषम्य बंटन के लिए वैषम्यता का पीयरसन गुणांक 1 है। यदि मानक विचलन 5 है, तो तृतीय केन्द्रीय आघूर्ण m_3 का मान क्या होगा ? 2

(ख) सिद्ध कीजिए कि द्विपद बंटन, प्वांसा बंटन का एक सीमात्व मान है। 3

(ग) एक वस्तुओं के समूह में, जिसमें 40% खराब वस्तुओं के होने का पता है, से 100 वस्तुओं का एक प्रतिदर्श यादृच्छया निकाला जाता है। वह प्रायिकता क्या है कि : 5

(i) कम–से–कम 44 वस्तुएँ खराब होंगी ?

(ii) ठीक 44 वस्तुएँ खराब होंगी ?

[दिया है :

$P[0 < Z < 0.7143] = 0.2624$,

$P[0 < Z < 0.9184] = 0.3208$,

$P[0 < Z < 1.2347] = 0.5$]

5. (क) मान लीजिए कि x, घनत्व फलन $f(x) = 6x(1 - x)$, $0 \le x \le 1$ वाला एक यादृच्छिक चर है।

(i) जाँच कीजिए कि यह pdf है या नहीं।

(ii) cdf ज्ञात कीजिए। 5

(iii) $P\left[X \le \frac{1}{2} \middle| \frac{1}{3} \le X \le \frac{2}{3}\right]$ ज्ञात कीजिए।

(iv) k ज्ञात कीजए कि यदि $P[X < k] = P[X > k]$

(ख) यदि X एक द्विपद बंटन का यादृच्छिक चर है जिसका माध्य 2.4 और प्रसरण 1.44 है तो $P[X \ge 5]$ ज्ञात कीजिए। 5

6. (क) एक समस्या दो विद्यार्थियों A और B को हल करने के लिए दी जाती है। A के समस्या हल करने के लिए ऑडस पक्ष में 6 और 9 हैं जबकि B के समस्या हल करके के ऑडस विपक्ष में 12 और 10 हैं। यदि A और B दोनों प्रयास करते हैं तो समस्या हल हो जाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 5

(ख) एक कम्पनी के 9 विक्रेताओं के एक बुद्धि परीक्षण में प्राप्त अंकों और उनकी साप्ताहिक बिक्री से सम्बन्धित आँकड़े नीचे दिए गए हैं :

विक्रेता	परीक्षण अंक	साप्ताहिक बिक्री ('000 ₹ में)
A	50	30
B	60	60
C	50	40
D	60	50
E	80	60
F	50	30
G	80	70
H	40	50
I	70	60

(i) विक्रेताओं द्वारा की गई बिक्री का बुद्धि परीक्षण अंकों पर समाश्रयण समीकरण ज्ञात कीजिए।

(ii) यदि एक विक्रेता के बुद्धि परीक्षण में 65 अंक हैं तो उसकी प्रत्याशित साप्ताहिक बिक्री क्या होगी ? 5

7. (क) दो उत्पादों A और B की साप्ताहिक बिक्री रिकॉर्ड की गई, जो निम्नलिखित है :

उत्पाद A	उत्पाद B
59	15
75	20
27	12
63	31
25	33
28	28
52	22

यह पता लगाइए कि दोनों उत्पादों में से कौन–से उत्पाद की बिक्री में अधिक उतार–चढ़ाव है ? 5

(ख) मान लीजिए कि X और Y संयुक्त बंटित हैं और उनका pdf निम्नलिखित है :

$$f_{(X,Y)}(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{4}(1+xy), & |x|<1, |y|<1 \\ 0 & , \text{ अन्यथा} \end{cases}$$

जाँच कीजिए कि X और Y स्वतंत्र हैं या नहीं। Y का X = x के लिए सप्रतिबंध बंटन भी ज्ञात कीजिए। 5

× × × × ×