No. of Printed Pages : 8 **BMTC–102**

B. SC. (MATHEMATICS)

(BSCFMT)

Term-End Examination

June, 2026

BMTC-102 : MULTIVARIABLE CALCULUS

Time : 2 Hours *Maximum Marks : 50*

Note : *(i) Question No.* ***1*** *is compulsory.* ***Attempt any four*** *questions out of the remaining questions* ***2*** *to* ***7****.*

(ii) Use of calculator is not allowed.

---

1. State whether the following statements are true or false. Justify your answers. 5×2=10

   (a) The dot product of two non-zero vectors is zero if and only if the vectors are parallel.

(b) The directional derivative of a function $f(x, y)$ at a point in the direction of the gradient vector of ∇f is the maximum rate of change.

(c) If a function is continuous at a point, then all its partial derivatives must exist at that point.

(d) The volume of a solid can be calculated using a double integral over the region representing its base.

(e) The divergence of a curl of any vector function is always zero.

2. (a) Find the vector and parametric equations for the line passing through the point (1, 0, 6) and perpendicular to the plane $x + 3y + z = 5$. 5

(b) Determine the unit tangent vector and the curvature of the curve $\vec{r}(t) = (\cos t, \sin t, t)$ at $t = \pi$. 5

3. (a) Find $\frac{\partial z}{\partial s}$ and $\frac{\partial z}{\partial t}$, where $z = x^2y^3$, $x = s \cos t$ and $y = s \sin t$. 5

(b) Does the limit of $f(x, y) = \frac{x^2y}{x^4 + y^2}$ as $(x, y) \to (0, 0)$ exist ? Justify. 5

4. (a) Find the stationary points, local minimum and maximum of $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy + 1$. 5

(b) Use Lagrange multipliers to find the maximum and minimum values of $f(x, y) = xy$ subject to the constraint $x^2 + y^2 = 8$. 5

5. (a) Evaluate $\iint_D (x + 2y)dxdy$, where D is the region bounded by the parabolas $y = 2x^2$ and $y = 1 + x^2$. 5

(b) Change the order of integration for $\int_{x=0}^{1}\int_{y=x}^{1} e^{y^2}dydx$ and evaluate the integral. 5

6. (a) Evaluate $\iiint_E z\,dx\,dy\,dz$, where E is the region bounded by $x^2 + y^2 = 4$, $z = 0$ and $z = 3$. 5

   (b) Use spherical coordinates to find the volume of the solid that lies within the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 16$. 5

7. (a) Use Green's theorem to evaluate the line integral $\oint_C ((xy + y^2)\,dx + x^2 dy)$, where C is the closed curve bounded by $y = x$ and $y = x^2$. 5

   (b) Find the divergence and curl of the vector $\vec{F}(x, y, z) = x^2 z\hat{i} + 2xyz\hat{j} - yz^2\hat{k}$. 5

BMTC–102

विज्ञान स्नातक (गणित)

(बी.एस.-सी.एफ.एम.टी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2026

बी.एम.टी.सी.-102 : बहुचर कलन

समय : 2 घण्टे *अधिकतम अंक : 50*

नोट : *प्रश्न सं. 1 अनिवार्य है। प्रश्न 2 से 7 तक किन्हीं* ***चार*** *प्रश्नों के उत्तर दीजिए। कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति नहीं है।*

---

1. बताइए कि निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य। अपने उत्तरों की पुष्टि कीजिए : $5\times2=10$

   (क) दो शून्येतर सदिशों का अदिश गुणन शून्य तभी होगा जब सदिश समानान्तर हों।

   (ख) किसी बिन्दु पर फलन $f(x, y)$ का दिक्-अवकलज प्रवणता सदिश ∇f(Gradient vector) की दिशा में परिवर्तन की अधिकतम दर होता है।

(ग) यदि किसी बिन्दु पर फलन सतत् है, तो उसके सभी आंशिक अवकलज अनिवार्यत: उसी बिन्दु पर पाए जाने चाहिए।

(द) किसी ठोस के आयतन का परिकलन उसके आधार को प्रदर्शित करने वाले क्षेत्र पर द्विसमाकलन का उपयोग करके किया जा सकता है।

(ङ) किसी सदिश फलन के कर्ल की अपसारिता सदैव शून्य होती है।

2. (क) बिन्दु $(1, 0, 6)$ से होकर जाने वाली रेखा जो समतल $x + 3y + z = 5$ के लम्बवत् हो, के सदिश और अन्त:खंडी समीकरणों का पता लगाइए। 5

(ख) वक्र $\vec{r}(t) = (\cos t, \sin t, t)$ की $t = \pi$ पर वक्रता और एकक स्पर्श रेखी सदिश का निर्धारण कीजिए। 5

3. (क) $\frac{\partial z}{\partial s}$ और $\frac{\partial z}{\partial t}$ का पता लगाए, जहाँ $z = x^2y^3$, $x = s \cos t$ और $y = s \sin t$. 5

(ख) क्या $f(x,y) = \frac{x^2y}{x^4 + y^2}$ की सीमा $(x, y) \to (0, 0)$ के रूप में पाई जाती है ? सिद्ध कीजिए। 5

4. (क) $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy + 1$ के स्तब्ध बिन्दु, स्थानीय न्यूनतम और अधिकतम बिन्दुओं का पता लगाइए। 5

(ख) लग्रांज गुणकों का उपयोग करके $f(x, y) = xy$ के अधिकतम और न्यूनतम मान का पता लगाइए यदि व्यतिरोध $x^2 + y^2 = 8$ है। 5

5. (क) $\iint_D (x+2y)dxdy$, का मूल्यांकन कीजिए, जहाँ D परवलय $y = 2x^2$ और $y = 1 + x^2$ द्वारा बद्ध है। 5

(ख) $\int_{x=0}^{1}\int_{y=x}^{1} e^{y^2}dydx$ के लिए समाकलन के क्रम में परिवर्तन करके समाकल का मूल्यांकन कीजिए। 5

6. (क) $\iiint_E z\,dx\,dy\,dz$, का मूल्यांकन कीजिए, जहाँ E $x^2 + y^2 = 4$, $z = 0$ और $z = 3$, द्वारा बद्ध क्षेत्र है। 5

(ख) ऐसे ठोस के आयतन का पता लगाने के लिए गोलीय निर्देशांकों का उपयोग कीजिए, जो 'गोला' $x^2 + y^2 + z^2 - 16$ के भीतर स्थित है। 5

7. (क) रेखा समाकलन $\oint_C ((xy + y^2)\,dx + x^2 dy)$, के मूल्यांकन के लिए ग्रीन के प्रमेय का उपयोग कीजिए, जहाँ C एक संवृत वक्र है, जो $y = x$ और $y = x^2$ द्वारा परिबद्ध है। 5

(ख) सदिश $\vec{F}(x, y, z) = x^2 z\hat{i} + 2xyz\hat{j} - yz^2\hat{k}$ की अपसारिता और कर्ल का पता लगाइए। 5

× × × × ×