No. of Printed Pages : 12 **BMTC–131**

BACHELOR OF SCIENCE (GENERAL)/BACHELOR OF ARTS (GENERAL)/ BACHELOR OF SCIENCE (MULTIDISCIPLINARY) (BSCG/BAG/BSCM)

June, 2026

BMTC–131 : CALCULUS

Time : 3 Hours *Maximum Marks : 100*

Note : *(i) Question No.* ***1*** *is compulsory.*

(ii) Attempt any ***six*** *questions from Q. No.* ***2*** *to Q. No. 8.*

(iii) Use of calculator is not allowed.

---

1. Which of the following statements are True or False ? Justify your answers. 10

   (i) The function $f(x) = x - [x]$ is periodic, where $[x]$ is the greatest integer $\leq x$.

   (ii) Product of two odd functions is odd.

   (iii) If a is a point in the domain of f such that $f'(a) = 0$, then f has a local maxima at $x = a$.

   (iv) $\dfrac{d}{dx}\left[\displaystyle\int_{x}^{\sin x} \cos t^2 \, dt\right] =$

   $\cos x . \cos (\sin^2 x) - \cos x^2$.

   (v) The function $f(x) = x|x|$ is everywhere differentiable.

2. (a) If $y = a \cos (\ln x) + b \sin (\ln x)$, show that : 5

   $x^2 y_{n+2} + (2n + 1) x_{yn+1} + (n^2 + 1) y_n = 0$

(b) If $f(x) = \dfrac{4x^2 - 7x - 2}{x - 2}$ $x \neq 2$, find $\delta > 0$ such that $|f(x) - 9| < \dfrac{1}{100}$ for $0 < |x - 2| < \delta$. Hence, show that $\lim\limits_{x \to 2} f(x) = 9$. 5

(c) Differentiate $\tan^{-1}\left(\dfrac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}\right)$ with respect to $\dfrac{x}{2}$. 5

3. (a) Find a reduction formula for the integral $\int x^n e^{ax}\, dx$. Hence, evaluate $\int x^3 e^{2x}\, dx$. 5

(b) Prove that for every $x > 0$, $\dfrac{x}{1 + x^2} < \tan^{-1} x < x$. 5

(c) Find the area bounded by the curve $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$. 5

4. (a) Show that the arc of the upper half of the curve $r = a(1 - \cos\theta)$ is bisected by $\theta = \frac{2\pi}{3}$. 6

(b) Find the domain of the function f, defined by $f(x) = \sqrt{x^3(9-x)}$. 4

(c) For what values of k, is the function f, defined as below continuous at $x = 2$?

$$f(x) = \begin{cases} 3 - kx \; ; 1 \le x < 2 \\ \frac{x^2}{4} - 3 \; ; x \ge 2 \end{cases}$$

Further, at which other points in $[1, \infty[$ is f continuous, and why ? 5

5. Trace the curve $x(y^2 + 4) = 8$ stating all the points you use for doing so. 15

6. (a) Find $\frac{dy}{dx}$, if $y = x \sin^{-1} x + \sqrt{1-x^2}$. 5

(b) Evaluate : 5

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1+\cos^2 x} dx$$

(c) Find : 5

(i) $\lim_{x \to 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 - 5x + 4}$

(ii) $\lim_{x \to \pi} \frac{\cos(x/2)}{x - \pi}$.

7. (a) Find all the cube roots of $27i$ and represent them in Argand plane. 5

(b) Find the angle between the curves $y^2 = ax$ and $ay^2 = x^3 (a > 0)$ at the point of intersection other than the origin. 5

(c) Use Simpson's method to approximate $\int_0^8 (x^2 - x + 3)\, dx$ with 8 sub-intervals. 5

8. (a) If $f(x) = \left(\frac{1}{x}\right)^x$, show that $f''(1) = 0$. 5

(b) Find the n^{th} derivative of $\frac{x}{x^2 + a^2}$. 5

(c) Find $\lim_{x \to \infty} \frac{2}{x}$. Also, show this graphically. 5

BMTC–131

विज्ञान स्नातक (सामान्य)/
विज्ञान स्नातक (बहुविषयक)/
कला स्नातक
(बी.एस.-सी.जी./बी.ए.जी./बी. एस-सी. एम.)
सत्रांत परीक्षा
जून, 2026

बी.एम.टी.सी.-131 : कलन

समय : 3 घण्टे *अधिकतम अंक : 100*

नोट : *(i) प्रश्न संख्या **1** करना अनिवार्य है।*

*(ii) प्रश्न संख्या **2** से **8** तक कोई **छः** प्रश्न कीजिए।*

(iii) कैलकुलेटर का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

---

1. निम्नलिखित कथनों में से कौन-से कथन सत्य हैं या असत्य ? अपने उत्तरों की पुष्टि कीजिए। 10

(i) फलन $f(x) = x - [x]$ आवर्ती है, जहाँ $[x]$, अधिकतम पूर्णांक $\leq x$ दर्शाता है।

(ii) दो विषम फलनों का गुणनफल विषम होता है।

(iii) यदि फलन f के प्रांत में एक बिन्दु a इस प्रकार है कि $f'(a) = 0$ तब $x = a$ पर f स्थानीय उच्चिष्ठ होगा।

(iv) $\frac{d}{dx}\left[\int_{x}^{\sin x} \cos t^2 \, dt\right] =$

$\cos x . \cos(\sin^2 x) - \cos x^2.$

(v) फलन $f(x) = x|x|$ सर्वत्र अवकलनीय है।

2. (क) यदि $y = a \cos(\ln x) + b \sin(\ln x)$ है तो दर्शाइए कि : 5

$x^2 y_{n+2} + (2n + 1) x y_{n+1} + (n^2 + 1) y_n = 0.$

(ख) यदि $f(x) = \frac{4x^2 - 7x - 2}{x - 2}$ $x \neq 2$, तब एक ऐसा $\delta > 0$ ज्ञात कीजिए जिससे कि $0 < |x - 2| < \delta$ के लिए $|f(x) - 9| < \frac{1}{100}$। इस प्रकार दर्शाइए कि $\lim_{x \to 2} f(x) = 9$। 5

(ग) $\frac{x}{2}$ के सापेक्ष $\tan^{-1}\left(\frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}\right)$ का अवकलन कीजिए। 5

3. (क) समाकल $\int x^n e^{ax}\, dx$ का समानयन सूत्र ज्ञात कीजिए। इस प्रकार $\int x^3 e^{2x}\, dx$ ज्ञात कीजिए। 5

(ख) सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक $x > 0$ के लिए

$$\frac{x}{1+x^2} < \tan^{-1} x < x \ ।$$ 5

(ग) वक्र $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ द्वारा प्रबद्ध क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 5

4. (क) दर्शाइए कि वक्र $r = a(1 - \cos\theta)$ के ऊपरी आधे हिस्से को $\theta = \frac{2\pi}{3}$ रेखा द्वारा दो समान भागों में विभाजित किया जाता है। 6

(ख) $f(x) = \sqrt{x^3(9-x)}$ द्वारा परिभाषित फलन f का प्रांत ज्ञात कीजिए। 4

(ग) $f(x) = \begin{cases} 3 - kx \,; 1 \le x < 2 \\ \dfrac{x^2}{4} - 3 \,; x \ge 2 \end{cases}$

द्वारा परिभाषित फलन f, k के किस मान के लिए $x = 2$ पर संतत है। अंतराल $[1, \infty[$ के किन अन्य बिन्दुओं पर f संतत् है और क्यों ? 5

5. वक्र $x(y^2 + 4) = 8$ का आरेखण कीजिए और आरेखण में प्रयोग किये जाने वाले गुणधर्मों को लिखिए। 15

6. (क) यदि $y = x \sin^{-1} x + \sqrt{1-x^2}$ है तो $\dfrac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। 5

(ख) $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1+\cos^2 x} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 5

(ग) निम्नलिखित ज्ञात कीजिए : 5

(i) $\lim_{x \to 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 - 5x + 4}$

(ii) $\lim_{x \to \pi} \frac{\cos(x/2)}{x - \pi}$.

7. (क) $27i$ के सभी घनमूल ज्ञात कीजिए और उन्हें आरगां समतल पर दर्शाइए। 5

(ख) वक्रों $y^2 = ax$ और $ay^2 = x^3 (a > 0)$ के बीच, इनके मूल बिन्दु से अन्य प्रतिच्छेद बिन्दुओं पर, कोण निकालिए। 5

(ग) सिम्पसन विधि का प्रयोग करके, 8 उपअंतरालों के साथ $\int_0^8 (x^2 - x + 3)\, dx$ का सन्निकटेन मान ज्ञात कीजिए। 5

8. (क) यदि $f(x) = \left(\frac{1}{x}\right)^x$, है तो दर्शाइए कि $f''(1) = 0$। 5

(ख) $\frac{x}{x^2 + a^2}$ का nवाँ अवकलज ज्ञात कीजिए। 5

(ग) $\lim_{x \to \infty} \frac{2}{x}$ ज्ञात कीजिए और इसे ग्राफ में दर्शाइए। 5

× × × × ×