No. of Printed Pages : 12 **BMTC–132**

BACHELOR OF SCIENCE (GENERAL)/BACHELOR OF ARTS (GENERAL)/ BACHELOR OF SCIENCE (MULTIDISCIPLINARY)/ BACHELOR OF ARTS (MULTIDISCIPLINARY)/ BACHELOR OF SCIENCE (MATHEMATICS)

(BSCG/BAG/BSCM/BAM/BSCFMT)

Term-End Examination

June, 2026

BMTC-132 : DIFFERENTIAL EQUATIONS

Time : 3 Hours *Maximum Marks : 100*

Note : *(i) Attempt all questions.*

(ii) Use of Calculator is not allowed.

(iii) Symbols have their usual meaning.

1. State whether the following statements are True *or* False. Give a short proof or a counter example in support of your answer : 5×2=10

   (i) If $f(x, y) = x \log y$, then $f_{xy} = f_{yx}$ for $y \neq 0$.

   (ii) For spherical coordinates (1, 0, 0) Cartesian coordinate is (0, 0, 1)

   (iii) For, $z = xe^y + ye^x$, $\frac{\partial z}{\partial x} = e^y + e^x$.

   (iv) $f(x, y) = \tan\frac{y}{x}$ is non-homogeneous function.

   (v) The differential equation $dy + y^3\, dx = 0$ has order 1 and degree 1.

2. (a) Solve the differential equation : 6

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y - x + 1}{y + x + 5}$$

(b) Solve : 5

$$(1 + y^2)\, dx + (1 + x^2)\, dy = 0$$

with $y(0) = -1$.

(c) Solve : 4

$$e^x \sin y + e^x \cos y \, \frac{dy}{dx} + 2x = 0$$

3. (a) Find $\lim\limits_{(x, y \to} \quad \frac{xy^2}{x^2 + y^4}$. 4

(b) Check the continuity of the function $f(x, y) = x \sin y + y \sin x$ at origin. 6

(c) Find all first and second order partial derivatives for the function at point $(1, -1)$: $f(x, y) = x^3 - 4x^2y + 8y^2$. 5

4. (a) Solve : 5

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y = 2 \cos x,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 0.$$

(b) Using Euler's theorem for homogeneous function for $f(x, y) = \sin^{-1}\left(\frac{x^3+y^3}{xy}\right)$, find the value of $x f_x + y f_y$. 5

(c) Solve : $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 3x\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$ 5

5. (a) Find the integral curves of the equations : 5

$$\frac{dx}{y^2} = \frac{dy}{x^2} = \frac{dz}{x^2y^2z^2}$$

(b) Verify that the equation

$(x^2 + xy + yz)\, dx - x\,(x + z)\, dy + x^2\, dz = 0$

is integrable and determine its solution. 6

(c) Obtain the PDE corresponding to the equation $2z = (ax + y)^2 + b$. 4

6. (a) Use Charpit's method to find the complete integral of the equation : 5

$$(p^2 + q^2)y = qz.$$

(b) Evaluate f_{xy} and f_{yx} at (0, 0) for the function defined as : 5

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy(x^2-y^2)}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

(c) Let $f : R^2 - R$ be a function defined by :

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy(x^2-y^2)}{x^2+y^2}, & \text{if } x^2+y^2 \neq 0 \\ 0, & \text{if } x=0=y \end{cases}$$

Prove that $f(x,y)$ is differentiable at (0, 0). 5

7. (a) Verify Cauchy-Schwarz inequality for $a = (0, -1, \sqrt{3})$ and $b = (-3, 0, 4)$. 3

(b) Find the envelope of $x \sec^2 \theta + y \operatorname{cosec}^2 \theta = a$, where θ is the parameter. 6

(c) Find the orthogonal trajectories of the curve $xy = c$. 6

BMTC–132

विज्ञान स्नातक (सामान्य)/कला स्नातक (सामान्य)/विज्ञान स्नातक (बहुविषयक)/कला स्नातक (बहुविषयक)/विज्ञान स्नातक (गणित) (बी. एस.-सी. जी./बी. ए. जी./बी. एस.-सी. एम. / बी. ए. एम./बी. एस.-सी. एफ. एम. टी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2026

बी.एम.टी.सी.-132 : अवकल समीकरण

समय : 3 घण्टे *अधिकतम अंक : 100*

नोट : *(i) सभी प्रश्न हल कीजिए।*

(ii) कैलकुलेटरों का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

(iii) सांकेतनों के अर्थ सामान्य हैं।

---

1. बताइए कि निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य। अपने उत्तर के पक्ष में लघु उपपत्ति या प्रति–उदाहरण दीजिए :

$5 \times 2 = 10$

(i) यदि $f(x, y) = x \log y$, तब $f_{xy} = f_{yx}$, $y \neq 0$ के लिए।

(ii) गोलीय निर्देशांक $(1, 0, 0)$ के लिए कार्तीय निर्देशांक $(0, 0, 1)$ होंगे।

(iii) $z = xe^y + ye^x$ के लिए, $\frac{\partial z}{\partial x} = e^y + e^x$ होगा।

(iv) $f(x, y) = \tan \frac{y}{x}$, असमघात फलन है।

(v) अवकल समीकरण $dy + y^3 dx = 0$ की घात एक और कोटि एक है।

2. (क) अवकल समीकरण हल कीजिए : 6

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y - x + 1}{y + x + 5}$$

(ख) हल कीजिए : 5

$$(1 + y^2)dx + (1 + x^2)dy = 0,\ y(0) = -1.$$

(ग) हल कीजिए : 4

$$e^x \sin y + e^x \cos y \frac{dy}{dx} + 2x = 0$$

3. (क) $\lim_{(x, y \to} \frac{xy^2}{x^2 + y^4}$ ज्ञात कीजिए। 4

(ख) फलन $f(x,y) = x \sin y + y \sin x$, के मूल बिन्दु पर सांतत्य का परीक्षण कीजिए। 6

(ग) फलन $f(x,y) = x^3 - 4x^2y + 8y^2$ के लिए बिन्दु $(1, -1)$ पर सभी प्रथम और द्वितीय कोटि के आंशिक अवकलज प्राप्त कीजिए। 5

4. हल कीजिए : 5

(क) $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 2 \cos x,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 0.$

(ख) $f(x, y) = \sin^{-1}\left(\frac{x^3+y^3}{xy}\right)$ हेतु सजातीय फलनों के लिए यूलर प्रमेय का उपयोग करके $xf_x + yf_y$ का मान ज्ञात कीजिए। 5

(ग) हल कीजिए : 5

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2}+3x\frac{dy}{dx}=\frac{1}{x}$$

5. (क) समीकरण $\frac{dx}{y^2}=\frac{dy}{x^2}=\frac{dz}{x^2y^2z^2}$ के लिए समाकलन वक्र ज्ञात कीजिए। 5

(ख) सत्यापित कीजिए कि समीकरण 6

$(x^2 + xy + yz)\, dx - x\,(x + z)\, dy + x^2dz = 0$

समाकलनीय है और इसका हल ज्ञात कीजिए। 6

(ग) समीकरण $2z = (ax + y)^2 + b$ के लिए PDE ज्ञात कीजिए। 4

6. (क) चारपिट विधि का उपयोग करते हुए, समीकरण $(p^2 + q^2)y = qz$ का पूर्ण समाकल ज्ञात कीजिए। 5

(ख) परिभाषित फलन

$$f_{(x,} = \begin{cases} \dfrac{xy(x^2-y^2)}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 \quad , & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

के लिए $(0, 0)$ पर f_{xy} और f_{yx} का मूल्यांकन कीजिए। 5

(ग) माना कि $f : \mathrm{R}^2 - \mathrm{R}$, एक फलन परिभाषित है : 5

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy(x^2-y^2)}{x^2+y^2} & , \text{ यदि } x^2+y^2 \neq 0 \\ 0 & , \text{ यदि } x = 0 = y \end{cases}$$

सिद्ध कीजिए कि $f(x,y)$, $(0, 0)$ पर अवकलनीय है।

7. (क) $a = (0, -1, \sqrt{3})$ और $b = (-3, 0, 4)$ के लिए कॉची–स्वार्ज असमानता सत्यापित कीजिए। 3

(ख) $x \sec^2 \theta + y \operatorname{cosec}^2 \theta = a$ का अन्वालोप (लिफाफा) ज्ञात कीजिए, जहाँ θ प्राचल है।

(ग) वक्र $xy = c$ का ऑर्थोगोनल प्रक्षेपवक्र ज्ञात कीजिए।

× × × × ×