No. of Printed Pages : 18

BPHE-104/PHE-004/PHE-005

BACHELOR OF SCIENCE (B. Sc.)

Term-End Examination

June, 2026

PHYSICS

BPHE-104/PHE-004 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS—I

PHE-005 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS—II

Time : 3 Hours *Maximum Marks : 50*

***Instructions* :**

(*i*) *Students registered for both BPHE-104/ PHE-04 and PHE-05 courses should answer both the question papers in two separate answer books entering their enrolment number, course code and course title clearly on both the answer books.*

(ii) Students who have registered for BPHE-104/PHE-04 or PHE-05 should answer the relevant question paper after entering their enrolment number, course code and course title on the answer book.

BPHE–104/ PHE–004/PHE–005

विज्ञान स्नातक (बी. एस-सी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2026

भौतिक विज्ञान

बी.पी.एच.ई.-104/पी.एच.ई.-004 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ—I

पी.एच.ई.-005 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ—II

समय : 3 घण्टे *अधिकतम अंक : 50*

निर्देश :

(i) जो छात्र बी. पी. एच. ई–104/पी. एच. ई.–04 और पी. एच. ई.–05 दोनों पाठ्यक्रमों के लिए पंजीकृत हैं, दोनों प्रश्न–पत्रों के उत्तर अलग–अलग उत्तर पुस्तिकाओं में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम का नाम साफ–साफ लिखकर दें।

(ii) जो छात्र बी. पी. एच. ई–104/पी. एच. ई.–04 या पी. एच. ई.–05 किसी एक के लिए पंजीकृत हैं, अपने उसी प्रश्न–पत्र के उत्तर, उत्तर पुस्तिका में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम का नाम साफ–साफ लिखकर दें।

BPHE-104/PHE-004

BACHELOR OF SCIENCE
(B. SC.)
Term-End Examination
June, 2026

BPHE-104/PHE-004 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS—I

Time : $1\frac{1}{2}$ Hours *Maximum Marks : 25*

Note : (*i*) *Attempt all questions. However internal choices are given.*

(ii) The marks for each question are given against it.

(iii) Symbols have their usual meanings.

(iv) You can use a calculator.

1. Answer any ***three*** parts : 3×4=12

(a) Determine a vector of magnitude 5 units which is normal to the plane formed by the vectors :

$$\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$$

and $$\vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}.$$

(b) Determine the directional derivative of the scalar field $\phi(x, y, z) = 2xy^2 + yz^3$ at the point (1, 1, 2) in the direction of the vector $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$.

(c) Calculate the work done by the force $\vec{F}(x, y) = e^x \hat{i} + 2xy\,\hat{j}$ in moving a particle from the point (0, 0) to (3, 9) along the curve $y = x^2$.

(d) Show that, for a scalar field ϕ, $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla}\phi) = 0$.

(e) In cartesian coordinates the position vector of a particle is $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$. Express it in terms of cylindrical coordinates (ρ, ϕ, z) and calculate its velocity in cylindrical coordinates.

2. A cylinder of height h and radius a has its axis along the z-axis. The density of the cylinder is $\rho\ (x,\ y) = 2\ (x^2 + y^2)$ kg m^{-3}. Calculate its mass. 5

Or

State the divergence theorem. Use it to evaluate $\iint_S \vec{F}.d\vec{S}$, where $\vec{F} = (x^3 + y^3)\hat{i}$ + $(y^3 + z^3)\hat{j} + (x^3 + z^3)\hat{k}$ and S is the surface of a sphere with its centre at the origin and radius R. 1+4

3. If only 20% of the students appearing in an exam can get full marks, calculate the probability that at most two students out of five would get full marks. 3

Or

The number of traffic accidents happening in a week on a road follows a Poisson distribution with a mean of 2. Calculate the probability of four accidents during a randomly selected week.

4. The surface tension (σ) of a liquid is measured as a function of temperature (T) and the measured values in appropriate units are as given below : 5

T	σ
0	80
10°	72
20°	60
30°	55
40°	50

Obtain the least square fit $\sigma = \sigma_0 + \alpha T$ for the data.

Or

Calculate the mean and variance of a binomial distribution given by :

$$b\,(x, n, p) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

$x = 0, 1, 2, \ldots\ldots., n.$

BPHE–104/PHE–004

विज्ञान स्नातक (बी. एस-सी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2026

बी.पी.एच.ई.-104/पी.एच.ई.-004 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ—I

समय : $1\frac{1}{2}$ घण्टे *अधिकतम अंक : 25*

नोट : (i) *सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। यद्यपि आन्तरिक विकल्प दिए गए हैं।*

(ii) *प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं।*

(iii) *प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।*

(iv) *आप कैल्कुलेटर का उपयोग कर सकते हैं।*

1. किन्हीं **तीन** भागों के उत्तर दीजिए : 3×4=12

(क) परिमान 5 इकाई वाला सदिश निर्धारित कीजिए जो सदिशों $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ और $\vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ द्वारा बने समतल से लंबवत् हो।

(ख) अदिश क्षेत्र $\phi(x, y, z) = 2xy^2 + yz^3$ के लिए बिंदु (1, 1, 2) पर, सदिश $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ की दिशा में दिक्–अवकलज ज्ञात कीजिए।

(ग) बल $\vec{F}(x, y) = e^x \hat{i} + 2xy\,\hat{j}$ द्वारा एक कण को वक्र $y = x^2$ के अनुदिश बिंदु (0, 0) से (3, 9) तक ले जाने में किया गया कार्य परिकलित कीजिए।

(घ) किसी अदिश क्षेत्र ϕ के लिए सिद्ध कीजिए कि :

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla}\phi) = 0$$

(ङ) कार्तीय निर्देशांकों में किसी कण का स्थिति सदिश $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ है। इसे बेलनी निर्देशांकों (ρ, ϕ, z) में व्यक्त कीजिए तथा बेलनी निर्देशांकों में कण का वेग निर्धारित कीजिए।

2. ऊँचाई h और त्रिज्या a वाले एक बेलन का अक्ष z-अक्ष के अनुदिश है। यदि बेलन का घनत्व $\rho\ (x, y) = 2\ (x^2 + y^2)$ kg m^{-3} है, तो बेलन का द्रव्यमान परिकलित कीजिए। 5

अथवा

डाइवर्जेन्स प्रमेय का कथन लिखिए। उसका प्रयोग करके $\iint_S \vec{F}.d\vec{S}$ का मान परिकलित कीजिए जहाँ $\vec{F}=(x^3+y^3)\hat{i}+(y^3+z^3)\hat{j}+(x^3+z^3)\hat{k}$ है और S गोले का पृष्ठ है जिसका केन्द्र मूल बिन्दु पर है और जिसकी त्रिज्या R है। 1+4

3. यदि किसी परीक्षा में बैठने वाले विद्यार्थियों में से केवल 20% विद्यार्थियों को पूरे नंबर मिलते हों, तो यह प्रायिकता परिकलित कीजिए कि पाँच विद्यार्थियों में से अधिक से अधिक दो विद्यार्थियों को पूरे नंबर मिलेंगे। 3

अथवा

किसी एक सड़क पर प्रति सप्ताह होने वाली ट्रैफिक दुर्घटनाओं की संख्या, माध्य 2 वाले एक प्वासों बंटन का अनुसरण करती हैं। यादृच्छिक तरीके से चुने गये किसी सप्ताह मे 4 दुर्घटनाओं के होने की प्रायिकता परिकलित कीजिए।

4. एक द्रव के पृष्ठ तनाव (σ) को तापमान (T) के फलन के रूप में मापा जाता है। उचित इकाइयों में मापित मान निम्नलिखित हैं : 5

T	σ
0	80
10°	72
20°	60
30°	55
40°	50

इन आँकड़ों के लिए न्यूनतम वर्ग आसंजन $\sigma = \sigma_0 + \alpha T$ प्राप्त कीजिए।

अथवा

निम्नलिखित द्विपद बंटन का माध्य और प्रसरण प्राप्त कीजिए :

$$b\,(x, n, p) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

$x = 0, 1, 2, \ldots\ldots, n$।

PHE–005

BACHELOR OF SCIENCE (B. SC.)

Term-End Examination

June, 2026

PHE-005 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS–II

Time : 1 $\frac{1}{2}$ Hours *Maximum Marks : 25*

Note : (*i*) *Answer all questions. However, internal choices are given.*

(ii) The marks for each question are indicated against it.

(iii) You can use log table or a calculator.

(iii) Symbols have their usual meanings.

---

1. Answer any ***three*** parts : 3×5=15

(a) Show that the equation : 5

$$\left(e^{x}+y-2\right)dx+(e^{y}+x-5)\,dy=0$$

is exact. Obtain its solution.

(b) Define ordinary and singular points of 2nd order ODE. When is a singularity said to be regular ? Classify the singular points of the equation : 5

$$(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2}-2x\frac{dy}{dx}+n(n+1)\,y=0$$

(c) Reduce 1-D time dependent Schrödinger equation to a set of two ODEs using the method of seperation of variables. 5

(d) Obtain all partial derivatives upto the second order of the function : 5

$$z = x^3 - y^3 - 2xy + 6$$

(e) (i) Classify the following equations by way of order and degree : 2

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$$

and $$\frac{\partial p}{\partial t} + c\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right) = 0\,.$$

(ii) Show that the function : 3

$$z = \ln(x^2 + y^2)$$

satisfies the equation :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$$

2. Using the Frobenius method obtain the roots of the indicial equation for the ODE : 5

$$x\,(x-1)\,\frac{d^2 y}{dx^2} + (3x-1)\,\frac{dy}{dx} + y = 0$$

Or

According to Newton's law of cooling, the rate at which body cools is proportional to the temperature difference between the body and the surroundings. If the temperature of surroundings is 300 K and the body cools from 370 K to 340 K in 15 minutes, calculate the time in which it will attain a temperature of 310 K.

3. A projectile is fired from the earth in its radial direction. Obtain an expression for its minimum initial velocity that will enable it to escape from the earth's gravitational field. Neglect air resistance as well as the gravitational pull of other heavenly bodies. 5

Or

Determine the Fourier sine series for e^x on the interval $0 \leq x \leq 1$.

PHE–005

विज्ञान स्नातक (बी. एस-सी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2026

पी.एच.ई.-005 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ—II

समय : $1\frac{1}{2}$ घण्टे *अधिकतम अंक : 25*

नोट : *(i)* *सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। यद्यपि आन्तरिक विकल्प दिए गए हैं।*

(ii) *प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं।*

(iii) *आप लॉग टेबल या कैल्कुलेटर का प्रयोग कर सकते हैं।*

(iv) *प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।*

1. किन्हीं **तीन** भागों के उत्तर दीजिए : 3×5=15

(क) सिद्ध कीजिए कि समीकरण : 5

$$\left(e^x + y - 2\right)dx + (e^y + x - 5)\,dy = 0$$

यथातथ है। इसे हल भी कीजिए।

(ख) द्वितीय कोटि के अवकल समीकरण के लिए सामान्य एवं विचित्र बिन्दुओं को परिभाषित कीजिए। विचित्रता को कब नियमित कहा जाता है ? निम्नलिखित समीकरण के विचित्र बिन्दुओं को वर्गीकृत कीजिए : 5

$$(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2}-2x\frac{dy}{dx}+n(n+1)\,y=0$$

(ग) 1-D कालाश्रित श्रोडिंगर समीकरण को चर पृथक्करण विधि द्वारा ODEs के समुच्चय के रूप में समानीत कीजिए। 5

(घ) फलन : 5

$$z = x^3 - y^3 - 2xy + 6$$

के द्वितीय कोटि तक के सभी आंशिक अवकलज व्युत्पन्न कीजिए।

(ङ) (i) निम्नलिखित समीकरणों को कोटि और घात के अनुसार वर्गीकृत कीजिए : 2

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}-c^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=0$$

तथा $\frac{\partial p}{\partial t}+c\left(\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial z}\right)=0$ ।

(ii) सिद्ध कीजिए कि फलन : 3

$$z = \ln(x^2 + y^2)$$

समीकरण $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$ का अनुपालन करता है।

2. फ्रोबेनियस विधि द्वारा निम्नलिखित साधारण अवकल समीकरण के संगत घातांकी समीकरण के मूल प्राप्त कीजिए : 5

$$x\,(x-1)\,\frac{d^2y}{dx^2} + (3x-1)\,\frac{dy}{dx} + y = 0$$

अथवा

न्यूटन के शीतलन नियम के अनुसार, किसी पदार्थ के ठंडे होने की दर उसके तथा परिवेश के तापांतर के समानुपाती होती है। यदि परिवेश का तापमान 300 K हो तथा निकाय 370 K से 340 K तक ठंडा होने में 15 मिनट का समय लेता है, तो 310 K तापमान तक ठंडा होने में लगने वाला समय परिकलित कीजिए।

3. पृथ्वी के एक प्रक्षेप्य को उसकी त्रिज्य दिशा के अनुदिश छोड़ा जाता है। इसके निम्नतम आदि वेग का वह व्यंजक प्राप्त कीजिए जिस पर वह पृथ्वी के गुरुत्वाकर्षण क्षेत्र से पलायन कर सके। वायु प्रतिरोध एवं अन्य खगोलीय पिण्डों के गुरुत्वाकर्षण बल की उपेक्षा कीजिए। 5

अथवा

e^x फलन की अंतराल $0 \le x \le 1$ पर फूरिये साइन श्रेणी ज्ञात कीजिए।

× × × × ×