No. of Printed Pages : 8

MTE–001

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)

Term-End Examination

June, 2026

(Elective Course : Mathematics)

MTE-001 : CALCULUS

Time : 2 Hours *Maximum Marks : 50*

Weightage : 70%

Note : *Question No.* ***1*** *is compulsory. Attempt any* ***four*** *questions from the Q. Nos.* ***2*** *to* ***7****. Use of calculator is not allowed.*

1. Which of the following statements are **True** *or* **False**. Justify your answers with a short proof or a suitable counter-example :10

   (i) The function f defined by :

   $$f(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 7$$

   is always decreasing on **R**.

(ii) If $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ be defined by

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{1 - x^2}},$$

$$\text{then } (f \circ (f \circ f))(x) = \frac{x}{\sqrt{1 - 3x^2}}.$$

(iii) The curve, $x = \frac{4 - y}{3 + 2y^2}$, has an asymptote parallel to the axis of y.

(iv) $\int_{-2}^{1} |x| dx = -3$

(v) The function $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ defined by

$$f(x) = |5 - 2x|$$

is differentiable on the interval [1, 2].

2. (a) Evaluate : 5

$$\int \frac{dx}{(x - 2)(x^2 + 9)}$$

(b) By considering the function f given by

$f(x) = (x - 4) \ln x$ on [1, 4]

show that the equation, $x(1 + \ln x) = 4$ is satisfied by at least one value of x lying in] 1, 4 [. 5

3. (a) Prove that for every $x > 0$, 5

$$x > \tan^{-1} x > \frac{x}{1 + x^2}$$

(b) Find $\frac{dy}{dx}$, given that

$$y = x^{\ln x} + (\tan^{-1} x)^x$$ 5

4. Trace the curve : 10

$$y^2(x + 3) = x^2(2 - x)$$

stating clearly all the properties used for tracing it.

5. (a) Find the equations of the tangent and the normal to the curve : 4

$$x = e^{-t} \sin t, \; y = e^{-t} \cos t$$

at $t = 0$.

(b) Find the value of k if f defined below is continuous at $x = 3$: 3

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3 - 10x^2 + 33x - 36}{(x - 3)^2}, & x \neq 3 \\ k; & x = 3 \end{cases}$$

(c) Use Simpson's Rule with $n = 6$ to approximate the value of the integral

$$\int_0^3 \frac{dx}{x^2 + 1}$$ 3

6. (a) Given a function f, defined on **R** by : 3

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 4}$$

$l = 1$ and $\in = \frac{1}{10}$; find x, such that

$$x > \alpha \Rightarrow | f(x) - l | < \in$$

(b) Verify mean value theorem for f defined by : 3

$$f(x) = x^3 - 2x + 6, \text{ on } [0, 3]$$

(c) Evaluate : 4

$$\int_0^1 (1 + x^2)^{-1} \ln(1 + x)\, dx$$

7. (a) Find the volume of the solid generated by revolving the cardioid, $r = 1 - \cos \theta$ about the initial line. 6

(b) Differentiate : 4

$$\tan^{-1}\left(\frac{x}{1 + \sqrt{1 - x^2}}\right) \text{ w.r.t. } \sin^{-1} x.$$

MTE–001

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी. डी. पी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2026

(ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित)

एम.टी.ई.-001 : कलन

समय : 2 घण्टे *अधिकतम अंक : 50*

भारिता : 70%

नोट : *प्रश्न संख्या **1** अनिवार्य है। प्रश्न संख्या **2** से **7** तक कोई **चार** प्रश्न कीजिए। कैल्कुलेटर का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।*

---

1. निम्नलिखित में से कौन-से कथन **सत्य** या **असत्य** हैं ? अपने उत्तर के पक्ष में एक संक्षिप्त उपपत्ति या प्रति उदाहरण दीजिए। 10

   (i) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 7$ द्वारा परिभाषित फलन f $\mathbf{R}$ पर हमेशा ह्रासमान है।

(ii) यदि $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ द्वारा परिभाषित फलन $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ है, तो $(f \circ (f \circ f))(x) = \frac{x}{\sqrt{1-3x^2}}$ ।

(iii) वक्र $x = \frac{4-y}{3+2y^2}$ की y अक्ष के समान्तर एक अनंतस्पर्शी है।

(iv) $\int_{-2}^{1} |x| dx = -3$

(v) $f(x) = |5 - 2x|$ द्वारा परिभाषित फलन $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, अंतराल $[1, 2]$ पर अवकलनीय है।

2. (क) निम्नलिखित हल कीजिए : 5

$$\int \frac{dx}{(x-2)(x^2+9)}$$

(ख) $f(x) = (x - 4) \ln x$ द्वारा परिभाषित फलन f, अंतराल $[1, 4]$ पर लीजिए। दशाईए कि समीकरण $x(1 + \ln x) = 4$ अंतराल $]\ 1, 4\ [$ में स्थित कम-से-कम x के एक मान द्वारा संतुष्ट होता है। 5

3. (क) दर्शाइए कि प्रत्येक $x > 0$ के लिए 5

$$x > \tan^{-1} x > \frac{x}{1 + x^2}$$

(ख) $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए, जबकि 5

$$y = x^{\ln x} + (\tan^{-1} x)^x \ .$$

4. वक्र $y^2(x + 3) = x^2(2 - x)$ का आरेखण कीजिए। आरेखण में प्रयोग किए गए गुणधर्म भी लिखिए। 10

5. (क) वक्र $x = e^{-t} \sin t$, $y = e^{-t} \cos t$ की $t = 0$ पर स्पर्शरेखा और अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए। 4

(ख) यदि निम्नलिखित f, $x = 3$ पर संतत है 3

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3 - 10x^2 + 33x - 36}{(x - 3)^2}, & x \neq 3 \\ k; & x = 3 \end{cases}$$

तो k का मान ज्ञात कीजिए।

(ग) समाकल $\int_0^3 \frac{dx}{x^2 + 1}$ का $n = 6$ के साथ सिम्प्सन नियम का प्रयोग करके सन्निकटन मान निकालिए। 3

6. (क) मान लीजिए $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 4}$ द्वारा $\mathbf{R}$ पर परिभाषित फलन f है और $l = 1, \in = \frac{1}{10}$ है। वह x ज्ञात कीजिए कि $x > \alpha \Rightarrow |f(x) - l| < \in$। 3

(ख) $f(x) = x^3 - 2x + 6$, अंतराल $[0, 3]$ पर परिभाषित फलन f के लिए मध्यमान प्रमेय सत्यापित कीजिए। 3

(ग) $\int_0^1 (1 + x^2)^{-1} \ln(1 + x)\, dx$ हल कीजिए। 4

7. (क) हृदयाभ $r = 1 - \cos\theta$ का प्रारम्भिक रेखा के सापेक्ष घूर्णन से जनित ठोस का आयतन निकालिए। 6

(ख) $\tan^{-1}\left(\frac{x}{1 + \sqrt{1 - x^2}}\right)$ का $\sin^{-1} x$ के सापेक्ष अवकलन कीजिए। 4

× × × × ×