No. of Printed Pages : 14 **MTE–003**

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)

Term-End Examination

June, 2026

(Elective Course : Mathematics)

MTE-003 : MATHEMATICAL METHODS

Time : 2 Hours *Maximum Marks : 50*

Weightage : 70%

Note : *(i) Question No.* ***7*** *is compulsory.*

(ii) Attempt any ***four*** *questions from Q. Nos.* ***1*** *to* ***6****.*

(iii) Use of calculator is not allowed.

---

1. (a) Let $S = \{x \mid x \in R, x \neq -1\}$. $f : S \to R - \{2\}$ is defined by $f(x) = \dfrac{2x-1}{x+1}$. Show that f is one-one and onto. Also, find the formula for f^{-1}. 3

   (b) Evaluate the integral $\int_0^{\pi/2} x^2 \cos x \, dx$. 3

(c) In a binomial distribution consisting of 5 independent trials, probabilities of 1 and 2 successes are 0.4096 and 0.2048 respectively. Find the parameter p of the distribution. Also find its mean and variance. 4

2. (a) The probability that a contractor will get a plumbing contract is $\frac{2}{3}$ and the probability that he will not get an electric contract is $\frac{5}{9}$. If the probability of getting at least and contract is $\frac{4}{5}$, what is the probability that he will get both the contracts ? 3

(b) Discuss the continuity of function $f : \mathrm{R} \to \mathrm{R}$ defined by :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3 - 8}{x - 2}; & x \neq 2 \\ 12; & x = 2 \end{cases}$$

at $x = 2$. 2

(c) Compute the correlation coefficient for the following data :

x	y
– 10	5
– 5	9
0	7
5	11
10	13

Also, find the line of regression of y on x. 5

3. (a) Calculate the median and mode for the following data : 5

Marks	**No. of Students**
10–20	2
20–30	6
30–40	12
40–50	18
50–60	25
60–70	20
70–80	10
80–90	7

(b) Find the equations of the tangent and the normal to the curve $y = \frac{8a^3}{4a^2 + x^2}$ at the point $x = 2a$. Also find the asymptote of the given curve parallel to x-axis and y-axis. 5

4. (a) Show that the points A, B, C with position vectors $(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$, $(\hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k})$ and $(3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k})$ respectively are the vertices of a right-angled triangle. 3

(b) Ten soldiers visit a rifle range for two consecutive weeks. For the first week their scores are 67, 24, 57, 55, 63, 54, 56, 68, 33, 43 and during the second week their scores in the same order are 70, 38, 58, 58, 56, 67, 68, 72, 42, 38.

Examine if there is any significant difference in their performance at 5% level of significance. 5

[You may use : $t_{9,0.05} = 2.262$, $t_{9,0.1} = 1.833$, $t_{10,0.05} = 2.228$, $t_{10,0.1} = 1.812$]

(c) If $y = \cos\frac{x}{2}$, then show that $4\frac{d^3y}{dx^3} + \frac{dy}{dx} = 0$. 2

5. (a) A random variable X has the following pdf : 3

$$f(x) = \begin{cases} cx(6-x); & 0 \le x < 2 \\ 0 \quad ; & \text{elsewhere} \end{cases}$$

Find :

(i) The value of the constant C.

(ii) CDF of X for $0 \le x < 2$.

(iii) Mean of X.

(b) Determine the 45th term and the sum of first 150 terms of an AP, whose first three terms are 11, 9, 7. 3

(c) Find the equation of the line which passes through the point (3, –1, 11) and is perpendicular to the line $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$. 4

6. (a) A manufacturer of safety pins knows that 5% of his products are defective. He sells pins in the boxes of 100 and guarantees that not more than 10 pins will be defective. What is the probability that the box will fail to meet the guaranteed quality ? 4

(b) Solve the differential equation : 3

$$(x^2 + y^2)\frac{dy}{dx} = xy$$

(c) A population consists of three numbers 2, 5, 8. Enumerate all possible samples of size 2 which can drawn without replacement from this population. Verify that the sample mean is an unbiased estimate of the population mean. Calculate the standard error of the sample mean. 3

7. State whether the following statements are true or false giving reason in support of your answer : 10

(i) The function $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$ has a maximum value at $x = 2$.

(ii) A binomial distribution can have mean 3 and variance 4.

(ii) If :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A)\,P(B),$$

then A and B are independent events.

(iv) Function :

$$f : [1, 3] \rightarrow [5, 15]$$

defined by $f(x) = x^2 + 2x - 3$ is monotonically increasing.

(v) The range of the function :

$$f(x) = \sin x$$

defined in the interval $[0, \pi]$ is $[-1, 1]$.

MTE–003

स्नातक उपाधि कार्यक्रम

(बी. डी. पी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2026

(ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित)

एम.टी.ई.–003 : गणितीय विधियाँ

समय : 2 घण्टे *अधिकतम अंक : 50*

भारिता : 70%

नोट : *(i) प्रश्न संख्या 7 करना अनिवार्य है।*

(ii) प्रश्न संख्या 1 से 6 तक कोई **चार** *प्रश्न कीजिए।*

(iii) कैल्कुलेटर का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

---

1. (क) मान लीजिए $S = \{x \mid x \in R, x \neq -1\}$ है। $f(x) = \dfrac{2x-1}{x+1}$ द्वारा $f : S \to R - \{2\}$ परिभाषित है। दिखाइए कि f, एकैक और आच्छादी है। f^{-1} के लिए सूत्र भी ज्ञात कीजिए। 3

(ख) समाकल $\int_0^{\pi/2} x^2 \cos x\, dx$ का मूल्यांकन कीजिए। 3

(ग) 5 स्वतंत्र अभिप्रयोगों वाले द्विपद–बंटन में 1 और 2 सफलता प्राप्त करने की प्राथमिकताएँ क्रमशः 0.4096 और 0.2048 हैं। इस बंटन का प्राचल p ज्ञात कीजिए। इसका माध्य और प्रसरण भी ज्ञात कीजिए। 4

2. (क) ठेकेदार को नलसाजी का ठेका मिलने की प्रायिकता $\frac{2}{3}$ है और बिजली के काम का ठेका न मिलने की प्रायिकता $\frac{5}{9}$ है। यदि कम से कम एक काम का ठेका मिलने की प्रायिकता $\frac{4}{5}$ है तो इसकी क्या प्रायिकता होगी कि उसे दोनों कामों का ठेका मिलेगा ? 3

(ख) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3 - 8}{x - 2}; & x \neq 2 \\ 12; & x = 2 \end{cases}$

द्वारा परिभाषित फलन $f : \mathrm{R} \to \mathrm{R}$ की संततता $x = 2$ पर जाँच कीजिए। 2

(ग) निम्नलिखित आँकड़ों का सहसम्बन्ध गुणांक ज्ञात कीजिए :

x	y
– 10	5
– 5	9
0	7
5	11
10	13

x पर y की समाश्रयण रेखा भी ज्ञात कीजिए। 5

3\. (क) निम्नलिखित आँकड़ों के लिए माध्यिका और बहुलक ज्ञात कीजिए : 5

अंक	**विद्यार्थियों की संख्या**
10–20	2
20–30	6
30–40	12
40–50	18
50–60	25
60–70	20
70–80	10
80–90	7

(ख) बिन्दु $x = 2a$ पर वक्र $y = \frac{8a^3}{4a^2 + x^2}$ की स्पर्श रेखा और अभिलंब के समीकरण ज्ञात कीजिए। x-अक्ष और y-अक्ष के समांतर दिए गए वक्र की अनंतस्पर्शी ज्ञात कीजिए। 5

4. (क) दिखाइए कि स्थिति सदिश $(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$, $(\hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k})$ और $(3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k})$ वाले क्रमशः A, B और C बिन्दु समकोण त्रिभुज के शीर्ष हैं। 3

(ख) दस सैनिक निरंतर दो सप्ताह राइफल रैंज में जाते हैं। उनके पहले सप्ताह के अंक हैं : 67, 24, 57, 55, 63, 54, 56, 68, 33, 43 और उनके दूसरे सप्ताह के अंक इसी क्रम में हैं : 70, 38, 58, 58, 56, 67, 68, 72, 42, 38। 5

जाँच कीजिए कि 5% सार्थकता स्तर पर क्या उनके निष्पादन के अन्तर सार्थक हैं ? [t के निम्नलिखित मान प्रयोग हो सकते हैं : $t_{9,0.05} = 2.262$, $t_{9,0.1} = 1.833$, $t_{10,0.05} = 2.228$, $t_{10,0.1} = 1.812$]

(ग) यदि $y = \cos\frac{x}{2}$ है, तो दर्शाइए कि

$$4\frac{d^3y}{dx^3} + \frac{dy}{dx} = 0 \text{ ।}$$ 2

5. (क) यादृच्छिक चर X का pdf निम्नलिखित है : 3

$$f(x) = \begin{cases} Cx(6-x); & 0 \le x < 2 \\ 0 \quad ; & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

निम्नलिखित ज्ञात कीजिए :

(i) अचर C का मान

(ii) x का CDF, $0 \le x < 2$

(iii) x का माध्य

(ख) पहले तीन पद 11, 9, 7 वाली समान्तर श्रेणी का 45वाँ पद और पहले 150 पदों का योगफल ज्ञात कीजिए। 3

(ग) उस रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु (3, – 1, 11) से गुजरती है और रेखा $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ पर लंब है। 4

6. (क) सेफ्टी पिन का एक निर्माता जानता है कि उसके 5% उत्पाद त्रुटिपूर्ण होते हैं। यदि वह 100 पिनों वाला एक डिब्बा बेचता है और गारंटी देता है कि उसमें 10 से ज्यादा पिन त्रुटिपूर्ण नहीं होंगे तब इसकी क्या प्रायिकता है कि डिब्बा गारंटी-प्राप्त गुणवत्ता पर खरा नहीं उतरेगा ? 4

(ख) अवकल समीकरण $(x^2 + y^2)\dfrac{dy}{dx} = xy$ को हल कीजिए। 3

(ग) एक समष्टि में 2, 5 और 8 तीन संख्याएँ हैं। आमाप 2 के ऐसे सभी संभावित प्रतिदर्श बताइए जिन्हें समष्टि से बिना प्रतिस्थापन के प्राप्त किया जा सकता है। सत्यापित कीजिए कि प्रतिदर्श माध्य समष्टि माध्य का अनभिनत आकलन है। प्रतिदर्श माध्य की मानक त्रुटि ज्ञात कीजिए। 3

7. निम्नलिखित कथनों में से कौन-से कथन सत्य या असत्य हैं ? अपने उत्तर के पक्ष में कारण दीजिए। 10

(i) फलन $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$ का $x = 2$ पर उच्चिष्ठ मान होता है।

(ii) एक द्विपद–बंटन का माध्य 3 और प्रसरण 4 हो सकता है।

(iii) यदि :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A)\,P(B)$$

है तो A और B स्वतंत्र घटनाएँ हैं।

(iv) $f(x) = x^2 + 2x - 3$ द्वारा परिभाषित फलन $f : [1, 3] \rightarrow [5, 15]$ एकदिष्ट वर्धमान है।

(v) अंतराल $[0, \pi]$ में परिभाषित फलन $f(x) = \sin x$ का परिसर $[-1, 1]$ है।

× × × × ×