

No. of Printed Pages : 15

MTE-004/MTE-005

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)

Term-End Examination

June, 2026

(Elective Course : Mathematics)

MTE-004 : ELEMENTARY ALGEBRA

AND

MTE-005 : ANALYTICAL GEOMETRY

Time : 3 Hours

Maximum Marks : 50

Instructions :

- 1. Students registered for both MTE-004 and MTE-005 courses should answer both the question papers in two separate answer books entering their enrolment number, course code and course title clearly on both the answer books.*
 - 2. Students who have registered for MTE-004 or MTE-005 should answer the relevant question paper after entering their enrolment number, course code and course title on the answer book.*
-
-

MTE-004/MTE-005

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी. डी. पी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2026

(ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित)

एम.टी.ई.-004 : प्रारंभिक बीजगणित

एवं

एम.टी.ई.-005 : वैश्लेषिक ज्यामिति

समय : 3 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

निर्देश :

1. जो छात्र एम.टी.ई.-004 और एम.टी.ई.-005 दोनों पाठ्यक्रमों के लिए पंजीकृत हैं, दोनों प्रश्न-पत्रों के उत्तर अलग-अलग उत्तर पुस्तिकाओं में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ-साफ लिखकर दें।
2. जो छात्र एम.टी.ई.-004 या एम.टी.ई.-005 किसी एक के लिए पंजीकृत हैं, अपने उसी प्रश्न-पत्र के उत्तर उत्तर-पुस्तिका में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ-साफ लिखकर दें।

MTE-004**BACHELOR'S DEGREE****PROGRAMME (BDP)****Term-End Examination****June, 2026****MTE-004 : ELEMENTARY ALGEBRA***Time : $1\frac{1}{2}$ Hours**Maximum Marks : 25**Weightage : 70%*

Note : *Question No. 5 is compulsory. Do any three questions from Question Nos. 1 to 4. Use of calculator is not allowed.*

1. (a) If a, b, c are +ve real numbers, prove that :

$$(a + b + c)^3 \geq 27 (a + b - c) (b + c - a)$$

$$(a + c - b)$$

- (b) Find the principal argument of $Z = 1 - i$.

2. (a) Solve $x^3 + 6x^2 + 11x + 6 = 0$, given that the roots are in an A.P. 3

- (b) If A and B are subsets of a universal set U, show that : 2

$$(A \cup B) \setminus B = A \setminus B$$

3. (a) If $\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma = \sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma = 0$, then prove that : 3

$$\cos 3\alpha + \cos 3\beta + \cos 3\gamma = 3 \cos (\alpha + \beta + \gamma)$$

- (b) Is the following system of equations consistent ? 2

$$2x - 5y + 7z = 6$$

$$x - 3y + 4z = 3$$

$$3x - 8y + 11z = 11$$

4. (a) Solve the following equation by Ferrari's method : 3

$$x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24 = 0$$

- (b) Show, by induction, that $\forall n \geq 1$,

$$1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n - 1)^2$$

$$= \frac{n}{3}(4n^2 - 1) \quad 2$$

5. Which of the following statements are *true* and which are *false*. Justify your answer by giving a short proof or a counter example :

$$5 \times 2 = 10$$

(i) Let A, B be nonempty subsets of a set U , then

$$A \times B = B \times A \Leftrightarrow A = B$$

(ii) If $AX = B$ is a system of n linear equations in n unknowns such that $|A| = 0$, then the system is inconsistent.

(iii) The argument of the complex number i is zero.

(iv) The equation $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ has exactly two roots in $\mathbf{R}$.

(v) If p, q and r are three statements, say mathematical, such that $p \Rightarrow q$ and $\sim r \Rightarrow \sim q$, then it follows that $p \Rightarrow r$.

MTE-004**स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी. डी. पी.)****सत्रांत परीक्षा****जून, 2026****एम.टी.ई.-004 : प्रारंभिक बीजगणित**समय : $1\frac{1}{2}$ घण्टे

अधिकतम अंक : 25

भारिता : 70%

नोट : प्रश्न सं. 5 करना जरूरी है। प्रश्न सं. 1 से 4 तक किन्हीं
तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए। कैल्कुलेटर के प्रयोग की
अनुमति नहीं है।

1. (क) यदि a, b, c धनात्मक वास्तविक संख्याएँ हैं, तो सिद्ध
कीजिए :

3

$$(a + b + c)^3 \geq 27 (a + b - c) (b + c - a)$$

$$(a + c - b)$$

(ख) $Z = 1 - i$ का मुख्य कोणांक ज्ञात कीजिए।

2

2. (क) $x^3 + 6x^2 + 11x + 6 = 0$ को हल कीजिए, जहाँ

दिया है कि इसके मूल समांतर श्रेणी में हैं। 3

(ख) यदि A और B, समष्टीय समुच्चय U के अपसमुच्चय

हैं, तो दिखाइये कि : 2

$$(A \cup B) \setminus B = A \setminus B$$

3. (क) यदि $\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma = \sin \alpha + \sin \beta$

$+ \sin \gamma = 0$ तो सिद्ध कीजिए : 3

$$\cos 3\alpha + \cos 3\beta + \cos 3\gamma = 3 \cos (\alpha + \beta + \gamma)$$

(ख) क्या निम्नलिखित समीकरण संगत हैं ? 2

$$2x - 5y + 7z = 6$$

$$x - 3y + 4z = 3$$

$$3x - 8y + 11z = 11$$

4. (क) निम्नलिखित समीकरण को फरारी की विधि से हल

कीजिए : 3

$$x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24 = 0$$

(ख) दिखाइए, आगमन से, कि

$$1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n - 1)^2$$

$$= \frac{n}{3}(4n^2 - 1) \quad \forall n \geq 1 \quad 2$$

5. निम्नलिखित कथनों में से कौन-कौन से कथन सत्य हैं और कौन-कौन से असत्य हैं ? किसी संक्षिप्त उपपत्ति या प्रति-उदाहरण द्वारा अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए :

$$5 \times 2 = 10$$

- (i) यदि A और B समुच्चय U के अरिक्त उपसमुच्चय हैं, तो

$$A \times B = B \times A \Leftrightarrow A = B$$

- (ii) यदि $AX = B$, n अज्ञातों में n रैखिक समीकरणों को दर्शाता है जहाँ $|A| = 0$ है, तो प्रणाली असंगत होगी।

- (iii) सम्मिश्र संख्या i का कोणांक शून्य है।

- (iv) समीकरण $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ के दो मूल $\mathbf{R}$ में हैं।

- (v) यदि p , q और r तीन कथन हैं, मान लीजिए कि गणितीय हैं, इस प्रकार कि $p \Rightarrow q$ और $\sim r \Rightarrow \sim q$ तो फलस्वरूप निष्कर्ष निकलता है कि $p \Rightarrow r$ ।

MTE-005**BACHELOR'S DEGREE****PROGRAMME (BDP)****Term-End Examination****June, 2026****MTE-005 : ANALYTICAL GEOMETRY***Time : $1\frac{1}{2}$ Hours**Maximum Marks : 25**Weightage : 70%*

Note : *Question No. 1 is compulsory. Answer any **three** questions from Question Nos. 2 to 5. Use of calculator is not allowed.*

1. Which of the following statements are true and which are false ? Justify your answers :

$$5 \times 2 = 10$$

- (i) The eccentricity of the conic $2x^2 + 3y^2 = 1$ is greater than 1.

(ii) The line $\frac{x}{2} = y = z$ lies in the plane

$$\frac{x}{2} + y + z = 0.$$

(iii) If a curve is symmetric about the x -axis, then it is symmetric about the y -axis.

(iv) The equation $r = \cos \theta$ represents a circle in polar coordinates.

(v) Every planar section of a hyperboloid of two sheets is a hyperbola.

2. (a) Show that if $ux + vy + wz = p$ is a tangent plane to the paraboloid

$$ax^2 + by^2 = 2z, \text{ then } \frac{u^2}{a} + \frac{v^2}{b} + 2pw = 0.$$

3

(b) Find the angle between the planes

$$2x - 3y + z = 1 \text{ and } x - y + z = 2. \quad 2$$

3. (a) Reduce the equation :

$$25x^2 + 4y^2 - z^2 = 50x + 2z + 12 - 16y$$

to standard form. Hence, identify the object it represents. 3

- (b) Find the new equation obtained from

$$x^2 + y^2 + 4x - 2y + 4 = 0$$
 after shifting

the origin to $(-2, 1)$ and then rotating the axes through 45° . 2

4. (a) Is the conicoid $3x^2 - y^2 - z^2 + 6yz$

$- 6x + 6y - 2z - 2 = 0$ central ? If so, find its centre. 2

- (b) For the hyperbola $16x^2 - 25y^2 = 9$ find

the vertices, eccentricity, foci, length of axes and the asymptotes. 3

5. (a) Find the foot of the perpendicular from the point $(2, 3, -5)$ to the plane $x + y + z = 1$. 2
- (b) Find the centre and radius of the sphere passing through the points $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 1)$ $(0, 0, 1)$ and $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$. 3

MTE-005**स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी. डी. पी.)****सत्रांत परीक्षा****जून, 2026****एम.टी.ई.-005 : वैश्लेषिक ज्यामिति**समय : $1\frac{1}{2}$ घण्टे

अधिकतम अंक : 25

भारिता : 70%

नोट : प्रश्न सं. 1 करना अनिवार्य है। प्रश्न सं. 2 से 5 तक किन्हीं
तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए। कैल्कुलेटर के प्रयोग की
अनुमति नहीं है।

1. निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य हैं और कौन-से
असत्य हैं ? अपने उत्तरों की पुष्टि कीजिए। $5 \times 2 = 10$

(i) शांकव $2x^2 + 3y^2 = 1$ की उत्केन्द्रता 1 से बड़ी है।

(ii) रेखा $\frac{x}{2} = y = z$ समतल $\frac{x}{2} + y + z = 0$ में स्थित
है।

(iii) यदि कोई वक्र x -अक्ष के सापेक्ष सममित है, तो वह

y -अक्ष के सापेक्ष भी सममित होगा।

(iv) समीकरण $r = \cos \theta$ ध्रुवीय निर्देशांकों में एक वृत्त

को निरूपित करता है।

(v) एक द्विपृष्ठीय अतिपरवलयज का प्रत्येक समतल

प्रतिच्छेद एक अतिपरवलय होता है।

2. (अ) यदि $ux + vy + wz = p$ परवलयज

$ax^2 + by^2 = 2z$ का स्पर्श तल है, तो दिखाइए कि

$$\frac{u^2}{a} + \frac{v^2}{b} + 2pw = 0 \text{ होगा।} \quad 3$$

(ब) समतलों $2x - 3y + z = 1$ और $x - y + z = 2$ के

बीच का कोण ज्ञात कीजिए। 2

3. (अ) समीकरण $25x^2 + 4y^2 - z^2 = 50x + 2z + 12 - 16y$

को मानक रूप में समानीत कीजिए। इस प्रकार, इसके

द्वारा निरूपित आकृति को पहचानिए। 3

(ब) मूल बिन्दु को $(-2, 1)$ पर स्थानान्तरित करके और उसके बाद अक्षों को 45° से घूर्णन करके $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 4 = 0$ से प्राप्त नया समीकरण ज्ञात कीजिए। 2

4. (अ) क्या शांकवज $3x^2 - y^2 - z^2 + 6yz - 6x + 6y - 2z - 2 = 0$ केन्द्रीय है ? यदि हाँ, तो इसका केन्द्र भी ज्ञात कीजिए। 2

(ब) अतिपरवलय $16x^2 - 25y^2 = 9$ के शीर्ष, उत्केन्द्रता, नाभियाँ, अक्षों की लम्बाइयाँ और अनंतस्पर्शी ज्ञात कीजिए। 3

5. (अ) बिन्दु $(2, 3, -5)$ से समतल $x + y + z = 1$ पर डाले गए लम्ब का पाद ज्ञात कीजिए। 2

(ब) बिन्दुओं $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 1)$ $(0, 0, 1)$ और $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ से गुजरने वाले गोले का केन्द्र और त्रिज्या ज्ञात कीजिए। 3

× × × × ×