No. of Printed Pages : 8

MTE–008

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)
Term-End Examination
June, 2026

(Elective Course : Mathematics)
MTE-008 : DIFFERENTIAL EQUATIONS

Time : 2 Hours *Maximum Marks : 50*

Weightage : 70%

Note : *(i) Question No.* ***1*** *is compulsory.*

(ii) Answer any ***four*** *questions from the remaining Question Nos.* ***2*** *to* ***7****.*

(iii) Use of calculator is not allowed.

(iv) Symbols have their usual meanings.

1. State whether the following statements are True *or* False. Justify your answer with the help of a short proof or a counter-example : 10

(i) The degree of the differential equation :

$$x\frac{dy}{dx}+\frac{1}{dy/dx}=y$$

is 1.

(ii) $y = e^{-x} + ax + b$ is a solution of the differential equation $e^x y'' = 1$.

(iii) The equation $yp - xq - xyz = x$ is not a first order linear partial differential equation.

(iv) The partial differential equation :

$$y\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 3y\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + 3\frac{\partial z}{\partial x} = 0,$$

$y \neq 0$ is elliptic for all points (x, y) with $y \neq 0$.

(v) The differential equation :

$$(2xy - \sin x)\, dx + (x^2 - \cos y)\, dy = 0$$

is an exact differential equation.

2. (a) Solve the differential equation : 5

$$(2xy - 3x^2)dx + (x^2 - 2y)dy = 0$$

(b) Using method of variation of parameters, solve the differential equation : 5

$$y'' + y = \tan x$$

3. (a) Solve the differential equation : 5

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = y^2 \log x$$

(b) Find the differential equation corresponding to $y^2 = 4a(x-h)$. 5

4. (a) Using the method of undetermined coefficients solve the differential equation : 5

$$y'' + y' - 12y = 4e^{2x}$$

(b) Solve the differential equation : 5

$$xp^2 - 2yp + 9x = 0$$

5. (a) Solve the differential equation : 5

$$(D^2 + 4)y = \sin 3x + e^x$$

(b) Solve the total differential equation : 5

$$3x^2dx + 3y^2dy - (x^3 + y^3 + e^{2z})dz = 0$$

6. (a) Form the partial differential equation by eliminating the arbitrary function f from the family of surfaces : 4

$$x^2 + z^2 = f(xy).$$

(b) Find the general solution of the equation : 6

$$(y+ux)\frac{\partial u}{\partial x}-(x+uy)\frac{\partial u}{\partial y}=x^2-y^2$$

7. (a) Solve the partial differential equation : 6

$$(\mathrm{D}^2+\mathrm{DD}'-2\mathrm{D}'^2)z=\sqrt{2x+y}$$

(b) Find the complete integral of the equation $z=px+qy+p^2+q^2$ using Charpit's method. 4

MTE–008

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी. डी. पी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2026

(ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित)

एम.टी.ई.-008 : अवकल समीकरण

समय : 2 घण्टे *अधिकतम अंक : 50*

भारिता : 70%

नोट : *(i) प्रश्न सं. 1 अनिवार्य है।*

*(ii) शेष प्रश्न सं. 2 से 7 तक किन्हीं **चार** प्रश्नों के उत्तर दीजिए।*

(iii) कैल्कुलेटर का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

(iv) प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।

---

1. बताइए कि निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य। संक्षिप्त उपपत्ति अथवा प्रत्युदाहरण की सहायता से अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए : 10

(i) अवकल समीकरण :

$$x\frac{dy}{dx}+\frac{1}{dy/dx}=y$$

की कोटि 1 है।

(ii) अवकल समीकरण $e^x y'' = 1$ का $y = e^{-x} + ax + b$ एक हल है।

(iii) समीकरण $yp - xq - xyz = x$, एक घात की रैखिक आंशिक अवकल समीकरण नहीं है।

(iv) $y \neq 0$ वाले सभी बिन्दुओं (x, y) के लिए आंशिक अवकल समीकरण $y\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 3y\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + 3\frac{\partial z}{\partial x} = 0$, $y \neq 0$ एक दीर्घवृत्तीय है।

(v) अवकल समीकरण :

$$(2xy - \sin x)\, dx + (x^2 - \cos y)\, dy = 0$$

एक यथार्थ अवकल समीकरण है।

2. (क) अवकल समीकरण : 5

$$(2xy - 3x^2)dx + (x^2 - 2y)dy = 0$$

को हल कीजिए।

(ख) प्राचल विचरण विधि का प्रयोग करके अवकल समीकरण $y'' + y = \tan x$ का हल कीजिए। 5

3. (क) अवकल समीकरण : 5

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = y^2 \log x$$

का हल कीजिए।

(ख) $y^2 = 4a(x-h)$ का संगत अवकल समीकरण प्राप्त कीजिए। 5

4. (क) अनिर्धारित गुणांकों की विधि के प्रयोग द्वारा अवकल समीकरण : 5

$$y'' + y' - 12y = 4e^{2x}$$

का हल कीजिए।

(ख) अवकल समीकरण : 5

$$xp^2 - 2yp + 9x = 0$$

का हल प्राप्त कीजिए।

5. (क) अवकल समीकरण : 5

$$(D^2 + 4)y = \sin 3x + e^x$$

को हल कीजिए।

(ख) सम्पूर्ण अवकल समीकरण : 5

$$3x^2dx + 3y^2dy - (x^3 + y^3 + e^{2z})dz = 0$$

को हल कीजिए।

6. (क) स्वेच्छ फलन f को निम्नलिखित सतह-कुल से लुप्त कीजिए और आंशिक अवकल समीकरण को प्राप्त कीजिए : 4

$$x^2 + z^2 = f(xy)$$

(ख) $(y + ux)\frac{\partial u}{\partial x} - (x + uy)\frac{\partial u}{\partial y} = x^2 - y^2$ का व्यापक हल प्राप्त कीजिए। 6

7. (क) आंशिक अवकल समीकरण : 6

$$(D^2 + DD' - 2D'^2)z = \sqrt{2x + y}$$

को हल कीजिए।

(ख) आंशिक अवकल समीकरण : 4

$$z = px + qy + p^2 + q^2$$

का चारपिट विधि से पूर्ण समाकल प्राप्त कीजिए।

× × × × ×