No. of Printed Pages : 16 **MTE–011**

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)

Term-End Examination

June, 2026

(Elective Course : Mathematics)

MTE-011 : PROBABILITY AND STATISTICS

Time : 2 Hours *Maximum Marks : 50*

Weightage : 70%

Note : *(i) Question No.* ***7*** *is compulsory.*

(ii) Attempt any ***four*** *questions from Q. Nos.* ***1*** *to* ***6****.*

(iii) Symbols have their usual meanings.

(iv) Use of calculator is not allowed.

---

1. (a) Calculate the first four moments and coefficient of skewness for the following distribution : 5

Classes	Frequency
2.5—7.5	8
7.5—12.5	15
12.5—17.5	20
17.5—22.5	32
22.5—27.5	23
27.5—32.5	17
32.5—37.5	5

(b) Ten competitors in a beauty contest were ranked by two judges in the following orders : 5

Competitor	First Judge	Second Judge
1	1	3
2	6	5
3	5	8
4	10	4
5	3	7
6	2	10
7	4	2
8	9	1
9	7	6
10	8	9

Compute rank correlation coefficient.

2. (a) The mean and standard deviation of marks in Mechanics and Mathematics in an examination are given below : 6

	Mechanics (x)	Mathematics (y)
Mean	47.5	39.5
Standard Deviation	16.8	10.8

If r = 0.95, find both the regression equations. Also estimate the value of y for $x = 30$.

(b) If the moment generating function of a random variable X is $\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}e^t\right)^5$, find $P(X=2)$. 4

3. (a) A letter is known to have come either from TATANAGAR or from CALCUTTA. On the envelop just two consecutive letters TA are visible. What is the probability that the letters came from CALCUTTA ? 4

(b) Data was collected over a period of 10 years, showing number of deaths from horse kicks in each of the 200 army corps. The distribution of deaths was as follows : 6

Number of deaths	**Frequency**
0	87
1	65
2	22
3	3
4	1

Fit a Poisson distribution to the data. [Given that $e^{-0.5} = 0.6$]

4\. (a) Suppose that two-dimensional continuous random variable (X, Y) has joint p.d.f. given by :

$$f(x, y) = \begin{cases} 6x^2 y, & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$$

(i) Verify that $\int_0^1 \int_0^1 f(x, y)\, dx dy = 1$.

(ii) Find $P\left(0 < X < \frac{3}{4}, \frac{1}{3} < 4 < 2\right)$, $P(X+Y<1)$, $P(X>Y)$ and $P[X<1 \mid Y<2]$. 6

(b) The distribution of the number of road accidents per day in a city is Poisson with mean 4. Find the number of days out of 100 days when there will be : 4

(i) no accident

(ii) at least 2 accidents

(iii) at most 3 accidents

(iv) between 2 and 5 accidents.

[Given that $e^{-4} = 0.02$]

5. (a) A sample of 100 batteries tested to find the length of life produced the following results : $\bar{x} = 12$ hours and $\sigma = 3$ hours.

Assuming the data to be normally distributed, what percentage of batteries are expected to have life :

(i) more than 15 hrs,

(ii) less than 6 hrs

(iii) between 10 and 14 hrs. 6

You may like to use the following values :

$\phi(1) = 0.3413$, $\phi(2) = 0.4772$ and $\phi(0.67) = 0.2485$.

(b) State Chebychev's inequality. Hence obtain the lower bound for $P[-1 < X < 9]$, if the $E(X)$ and $E(X^2)$ are 4 and 20, respectively. 4

6. (a) A survey of 800 families with four children was conducted. The following results were obtained :

No. of Boys	**No. of Girls**	**No. of Families**
0	4	32
1	3	178
2	2	290
3	1	236
4	0	64

Test at 5% level of significance whether boys and girls births are equally probable ? You may like to use the following value : $\chi^2_{0.05,4} = 9.49$. 6

(b) Let X be a single observation from the p.d.f. :

$$f(x, \theta) = \theta e^{-\theta x}; 0 \le x < \infty$$

If $X \ge 1$ is the critical region for testing $H_0 : \theta = 2$ against the alternative hypothesis $H_1 : \theta = 1$, obtain the values of type I and type II errors. 4

7. Which of the following statements are True *or* False ? Give a short proof or a counter example in support of your answer : 5×2=10

(i) If the regression lines of y on x and x on y are, respectively, $y = ax + b$, $x = cy + d$, then $\frac{\sigma_y}{\sigma_x} = \sqrt{\frac{a}{c}}$.

(ii) If the first four moments about mean of a frequency distribution are 0, 100, – 1, 35000, respectively, then the distribution is platykurtic.

(iii) The probability of getting three heads or three tails on three successive tosses is 0.25.

(iv) A policeman fires 6 bullets on a dacoit and the probability that the dacoit will be killed by a bullet is 0.6, then the probability that dacoit is still alive is $(0.4)^6$.

(v) The area under the normal curve within the ordinates $\bar{x} \pm 3\sigma$ is 99.5%.

MTE–011

स्नातक उपाधि कार्यक्रम

(बी. डी. पी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2026

(ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित)

एम.टी.ई.–011 : प्रायिकता और सांख्यिकी

समय : 2 घण्टे *अधिकतम अंक : 50*

भारिता : 70%

नोट : *(i) प्रश्न सं. 7 करना अनिवार्य है।*

*(ii) प्रश्न सं. 1 से 6 तक कोई **चार** प्रश्न कीजिए।*

(iii) संकेतकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।

(iv) कैल्कुलेटर का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

---

1. (क) निम्नलिखित बंटन के लिए पहले चार आघूर्ण और वैषम्यता गुणांक ज्ञात कीजिए : 5

वर्ग	बारंबारता
2.5—7.5	8
7.5—12.5	15
12.5—17.5	20
17.5—22.5	32
22.5—27.5	23
27.5—32.5	17
32.5—37.5	5

(ख) दो निर्णायकों द्वारा एक सौन्दर्य प्रतियोगिता में दस प्रतिद्वंद्वियों को दी गयी श्रेणी निम्नलिखित क्रम में है :

प्रतिद्वंद्वी	निर्णायक 1	निर्णायक 2
1	1	3
2	6	5
3	5	8
4	10	4
5	3	7
6	2	10
7	4	2
8	9	1
9	7	6
10	8	9

श्रेणी सहसंबंध गुणांक ज्ञात कीजिए। 5

2. (क) यांत्रिकी और गणित की एक परीक्षा में प्राप्त अंकों का माध्य और मानक विचलन निम्नलिखित है : 6

	यांत्रिकी (x)	गणित (y)
माध्य	47.5	39.5
मानक विचलन	16.8	10.8

यदि $r = 0.95$ है, तो दोनों समाश्रयण रेखाओं की समीकरण ज्ञात कीजिए। $x = 30$ के लिए y का मान भी निकालिए।

(ख) यदि एक यादृच्छिक चर X का आघूर्ण जनक फलन $\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}e^t\right)^5$ है, तो $P(X = 2)$ ज्ञात कीजिए। 4

3. (क) एक अक्षर या तो TATANAGAR से या CALCUTTA से लिया गया है। लिफाफे पर केवल दो संलग्न अक्षर TA दिखाई पड़ रहे हैं। वह प्रायिकता क्या है कि ये दोनों अक्षर CALCUTTA से हैं ? 4

(ख) 200 आर्मी दलों में से प्रत्येक दल में घोड़ों की लात द्वारा मर जाने वालों की संख्या के आँकड़े 10 वर्षों तक एकत्रित किए गए। वह बंटन निम्नलिखित है :

मौतों की संख्या	**बारंबारता**
0	87
1	65
2	22
3	3
4	1

आँकड़ों पर प्वांसा बंटन फिट कीजिए। (दिया गया है $e^{-0.5} = 0.6$) 6

4. (क) मान लीजिए कि द्वि-विमीय सतत् यादृच्छिक चरों (X, Y) का संयुक्त p.d.f. निम्नलिखित है :

$$f(x, y) = \begin{cases} 6x^2 y, & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0 \quad , & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

(i) सत्यापित कीजिए कि :

$$\int_0^1 \int_0^1 f(x, y)\, dx\, dy = 1 \text{ ।}$$

(ii) $P\left(0 < X < \frac{3}{4}, \frac{1}{3} < 4 < 2\right)$, $P(X+Y<1)$, $P(X>Y)$ और $P[X<1 | Y<2]$ ज्ञात कीजिए। 6

(ख) एक शहर में प्रतिदिन सड़क दुर्घटनाओं की संख्या का बंटन 4 माध्य वाला प्वांसा बंटन है। 100 दिनों में से उन दिनों की संख्या निकालिए जबकि : 4

(i) कोई दुर्घटना नहीं हुई।

(ii) कम से कम 2 दुर्घटनाएँ हुईं।

(iii) अधिक से अधिक 3 दुर्घटनाएँ हुईं।

(iv) दो से पाँच दुर्घटनाएँ हुईं।

(दिया गया है : $e^{-4} = 0.02$)

5. (क) 100 बैटरियों के एक प्रतिदर्श के कार्यकाल को जानने के लिए किए गए परीक्षण से निम्नलिखित परिणाम प्राप्त होते हैं : $\bar{x} = 12$ घण्टे और $\sigma = 3$ घण्टे। मान लीजिए कि आँकड़े प्रसामान्य बंटन में हैं तो बैटरियों का वह प्रतिशत ज्ञात कीजिए कि उनका कार्यकाल :

(i) 15 घण्टे से अधिक हो,

(ii) 6 घण्टे से कम हो,

(iii) 10 से 14 घण्टों के बीच हो।

(आप निम्नलिखित मानों का प्रयोग कर सकते हैं :

$\phi(1) = 0.3413, \phi(2) = 0.4772$,

$\phi(0.67) = 0.2485$) 6

(ख) शेबीशेव असमिका लिखिए। इस प्रकार $P\left[-1 < X < 9\right]$ का निम्न परिबद्ध निकालिए यदि $E(X)$ और $E(X^2)$ क्रमशः 4 और 20 हैं। 4

6. (क) चार बच्चों के परिवारों का एक सर्वे किया गया। निम्नलिखित परिणाम प्राप्त किये गए :

लड़कों की संख्या	**लड़कियों की संख्या**	**परिवारों की संख्या**
0	4	32
1	3	178
2	2	290
3	1	236
4	0	64

5% सार्थकता स्तर पर परीक्षण कीजिए कि लड़कों और लड़कियों के जन्म की प्रायिकता समान है। (आप निम्नलिखित मान का प्रयोग कर सकते हैं : $\chi^2_{0.05,4} = 9.49$) 6

(ख) मान लीजिए कि X निम्नलिखित p.d.f. से लिया गया एक प्रेक्षण है :

$$f(x, \theta) = \theta e^{-\theta x}; 0 \leq x < \infty$$

यदि $H_1 : \theta = 1$ के विरुद्ध $H_0 : \theta = 2$ परिकल्पना के परीक्षण के लिए क्रांतिक प्रदेश $X \geq 1$ है, तो प्रकार I और प्रकार II त्रुटियाँ ज्ञात कीजिए। 4

7. निम्नलिखित कथनों में से कौन–से कथन सत्य **या** असत्य हैं ? अपने उत्तर के पक्ष में एक संक्षिप्त उपपत्ति या प्रतिउदाहरण दीजिए : 10

(i) यदि $y = ax + b$ और $x = cy + d$, क्रमशः x पर y और y पर x समाश्रयण रेखाएँ हैं तो $\frac{\sigma_y}{\sigma_x} = \sqrt{\frac{a}{c}}$ ।

(ii) यदि एक बारंबारता बंटन के माध्य के सापेक्ष पहले चार आघूर्ण क्रमशः 0, 100, – 1, 35000 हैं तो बटंन सपाट होगा।

(iii) तीन क्रमागत सिक्के की उछाल पर तीन चित या तीन पट आने की प्रायिकता 0·25 है।

(iv) एक पुलिस, एक डाकू पर 6 गोलियाँ चलाता है और एक गोली से डाकू के मरने की प्रायिकता 0·6 है, तो डाकू के जिंदा रहने की प्रायिकता $(0{\cdot}4)^6$ है।

(v) एक प्रसामान्य वक्र में भुज $\bar{x} \pm 3\sigma$ के बीच का क्षेत्रफल 99·5% है।

× × × × ×