No. of Printed Pages : 14 **MTE–012**

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)

Term-End Examination

June, 2026

(Elective Course : Mathematics)

MTE-012 : LINEAR PROGRAMMING

Time : 2 Hours *Maximum Marks : 50*

Weightage : 70%

Note : *(i) Question No.* ***1*** *is* ***compulsory.***

(ii) Do any ***four*** *questions out of questions No.* ***2*** *to* ***7.***

(iii) Use of calculator is ***not allowed.***

---

1. State which of the following statements are true and which are false. Give reasons for your answer with a short proof or a counter example. 10

   (i) The dummy source or destination in a transportation problem is added to prevent solution from becoming degenerate.

(ii) For maximising LP model, the simplex method is terminated when all values $C_j - Z_j \geq 0$.

(iii) If 10 is added to each of the entries of the cost matrix of a 3×3 assignment problem, then the total cost of an optional assignment for the charged cost matrix will increase by 10.

(iv) If value of the 2×2 matrix game $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ p & 4 \end{bmatrix}$ is 4, then $p \geq 4$.

(v) The intersection of finite number of convex sets is not convex.

2. (a) For what values of k are the following vectors linearly independent ? 5

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ k \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} k \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

(b) Solve the following LPP using simplex method : 5

Maximize $z = 6x_1 + 4x_2$

Subject to:

$$2x_1 + 3x_2 \leq 30$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 24$$

$$x_1 + x_2 \geq 3$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

3. (a) Using matrix-minima method, find the initial basic feasible solution of the following transportation problem : 7

4	6	8	8	40
6	8	6	7	60
5	7	6	8	50
20	30	50	50	

Hence, find the optimal solution.

(b) Check whether the following set is convex : 3

$$S = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1, y^2 \geq x\}$$

4. (a) A department has five employees with five jobs to be performed. The time (in hours) each employee will take to perform each job is given in the

following matrix. How should the jobs be allocated, one per employee, so as to minimize the total man hours ? 5

Employees

		I	II	III	IV	V
	A	10	5	13	15	16
	B	3	9	18	13	6
Jobs	C	10	7	2	2	2
	D	7	11	9	7	12
	E	7	9	10	4	12

(b) For the following pay-off matrix, transform the zero-sum game into an equivalent linear programming problem : 5

Player B

		B_1	B_2	B_3
	A_1	1	– 1	3
Player A	A_2	3	5	– 3
	A_3	6	2	– 2

5. (a) Two breakfast food manufacturers ABC and XYZ are competing for an increased market share. The pay-off matrix,

shown in the following table, describes the increase in market share for ABC and decrease in market share for XYZ. Determine optimal strategies for both the manufacturers and the value of the game. 5

XYZ

ABC		B_1	B_2	B_3	B_4
	A_1	2	– 2	4	1
	A_2	6	– 5	12	3
	A_3	– 3	– 2	0	6
	A_4	2	– 2	7	1

(b) Find all the basic feasible solutions of the following system of linear equations : 5

$$2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 2$$
$$3x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 3$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0.$$

Check if any of them is degenerate solution. Justify your answer.

6. (a) A company makes two types of leather belts. Belt A is a high quality belt and

belt B is of lower quality. The respective profits on A and B are ₹ 4 and ₹ 3 per belt. The production of each type A requires twice as much time as a belt of type B, and if all belts were of type B, the company could make 1000 belts per day. The supply of leather is sufficient for only 800 belts per day (Both A and B combined). Belt A requires a fancy buckle and only 400 buckles per day are available. There are only 700 buckles a day available for belt B. What should be the daily production of each type of belt ? Formulate this problem as LPP and solve it graphically. 7

(b) Find the initial basic feasible solution of the following transportation problem using North-West Corner method. 3

90	90	100	110	200
50	70	130	85	50
75	100	100	30	

7. (a) Reduce the following two person zero sum game to 2 × 2 game using principle of dominance. And hence solve the game. 6

Player B

Player A		B_1	B_2
	A_1	1	– 3
	A_2	3	5
	A_3	– 1	6
	A_4	4	1
	A_5	2	2
	A_6	– 5	0

(b) Obtain the dual of the following primal LPP : 4

Maximize :

$$Z = x_1 - 2x_2 + 3x_3$$

Subject to :

$$-2x_1 + x_2 + 3x_3 = 2$$

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

MTE–012

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी. डी. पी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2026

(ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित)

एम.टी.ई.–012 : रैखिक प्रोग्रामन

समय : 2 घण्टे *अधिकतम अंक : 50*

भारिता : 70%

नोट : *(i) प्रश्न सं.* ***1*** *करना अनिवार्य है।*

(ii) प्रश्न सं. ***2*** *से* ***7*** *तक कोई* ***चार*** *प्रश्न कीजिए।*

(iii) कैलकुलेटर का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

1. निम्नलिखित कथनों में से कौनसे कथन सत्य या असत्य हैं ? अपने उत्तर के पक्ष में एक संक्षिप्त उपपत्ति या प्रति उदाहरण दीजिए। 10

   (i) परिवहन समस्या में अपभ्रष्ट हल से बचने के लिए काल्पनिक (Dummy) स्रोत या गन्तव्य जोड़ा जाता है।

   (ii) किसी अधिकतमीकरण रैखिक प्रोगामन (LP) निदर्श में जब सभी मान $C_j - Z_j \geq 0$ हैं, तो एकधा विधि सम्पन्न हो जाती है।

(iii) जब किसी 3×3 नियतन समस्या में लागत आव्यूह की प्रत्येक प्रविष्टि में 10 जोड़ा जाए, तो परिवर्तित लागत की इष्टतम लागत की कुल लागत में 10 की वृद्धि होगी।

(iv) यदि 2×2 आव्यूह खेल $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ p & 4 \end{bmatrix}$ का मान 4 है, तो $p \geq 4$ होगा।

(v) अवमुख समुच्चयों की परिमित संख्याओं का सर्वनिष्ठ अवमुख नहीं होता है।

2. (क) k के किस मान के लिए निम्नलिखित सदिश रैखिकत: स्वतंत्र है ? 5

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ k \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} k \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

(ख) एकधा विधि का प्रयोग करके निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन (LP) समस्या हल कीजिए : 5

$Z = 6x_1 + 4x_2$ का अधिकतमीकरण कीजिए :

जबकि :

$$2x_1 + 3x_2 \leq 30$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 24$$

$$x_1 + x_2 \geq 3$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

3. (क) न्यूनतम–आव्यूह विधि का प्रयोग करकर निम्नलिखित परिवहन समस्या का प्रारम्भिक आधारी सुसंगत हल ज्ञात कीजिए : 7

4	6	8	8	40
6	8	6	7	60
5	7	6	8	50
20	30	50	50	

इस प्रकार इष्टतम हल ज्ञात कीजिए।

(ख) जाँच कीजिए कि निम्नलिखित समुच्चय अवमुख है : 3

$$S = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1, y^2 \geq x\}$$

4. (क) एक विभाग में पाँच जॉब करने के लिए पाँच कर्मचारी हैं। प्रत्येक कर्मचारी द्वारा प्रत्येक जॉब को करने में लगने वाला समय (घण्टों में आगे आव्यूह में दिया गया

है। कुल श्रम शक्ति को न्यूनतम करने के लिए एक जॉब एक कर्मचारी को किस प्रकार आवंटित करना चाहिए ? 5

कर्मचारी

		I	II	III	IV	V
	A	10	5	13	15	16
	B	3	9	18	13	6
जॉब	C	10	7	2	2	2
	D	7	11	9	7	12
	E	7	9	10	4	12

(ख) निम्नलिखित भुगतान आव्यूह में दिए गए शून्य योग खेल को एक समतुल्य रैखिक प्रोग्रामन समस्या में परिवर्तित कीजिए : 5

खिलाड़ी B

		B_1	B_2	B_3
	A_1	1	– 1	3
खिलाड़ी A	A_2	3	5	– 3
	A_3	6	2	– 2

5. (क) नाश्ता बनाने वाली दो कम्पनियाँ ABC और XYZ बाजार में अपने शेयर बढ़ाने के लिए मुकाबला कर रही

हैं। निम्नलिखित सारणी में दी गई भुगतान आव्यूह में ABC के बढ़ते बाजार शेयर और XYZ के घटते बाजार शेयर दर्शाए गए हैं। दोनों कम्पनियों के लिए इष्टतम युक्तियाँ ज्ञात कीजिए और खेल का मान भी ज्ञात कीजिए : 5

XYZ

		B_1	B_2	B_3	B_4
ABC	A_1	2	– 2	4	1
	A_2	6	– 5	12	3
	A_3	– 3	– 2	0	6
	A_4	2	– 2	7	1

(ख) निम्नलिखित रैखिक समीकरणों के निकाय के सभी आधारी सुसंगत हल ज्ञात कीजिए : 5

$$2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 2$$
$$3x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 3$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0.$$

जाँच कीजिए कि क्या इन हलों में से कोई अपभ्रष्ट हल है ? अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए।

6. (क) एक कम्पनी दो प्रकार की चमड़े की बेल्ट बनाती है। बेल्ट A उच्च कोटि की व बेल्ट B निम्न कोटि की है।

दोनों बेल्टों A और B पर लाभ क्रमशः ₹ 4 और ₹ 3 प्रति बेल्ट है। A प्रकार की बेल्ट को बनाने में B प्रकार की बेल्ट को बनाने के समय से दुगुना समय लगता है और यदि सभी बेल्ट केवल B प्रकार की ही हों, तो कम्पनी प्रतिदिन 1000 बेल्ट बना पाती है? चमड़े की पूर्ति भी प्रतिदिन केवल 800 बेल्टों (दोनों A और B प्रकार की मिलाकर) के लिए ही उपलब्ध है। A प्रकार की बेल्ट के लिए एक फैन्सी बकल की आवश्यकता है और प्रतिदिन केवल 400 बकल ही उपलब्ध हैं। B प्रकार की बेल्ट के लिए प्रतिदिन 700 बकल ही उपलब्ध हैं। प्रत्येक प्रकार की बेल्ट को प्रतिदिन कितना बनाया जाए, इस रैखिक प्रोग्रामन (LP) निदर्श में सूत्रित कीजिए और इसे ग्राफीय विधि द्वारा हल कीजिए। 7

(ख) उत्तर-पश्चिम कोना विधि का प्रयोग करके निम्नलिखित परिवहन समस्या का प्रारम्भिक आधारी सुसंगत हल ज्ञात कीजिए : 3

90	90	100	110	200
50	70	130	85	50
75	100	100	30	

7. (क) निम्नलिखित दो खिलाड़ी शून्य योग खेल को प्रमुखता सिद्धान्त द्वारा 2×2 खेल में समानीत कीजिए और इस प्रकार खेल हल कीजिए : 6

खिलाड़ी B

खिलाड़ी A		B_1	B_2
	A_1	1	– 3
	A_2	3	5
	A_3	– 1	6
	A_4	4	1
	A_5	2	2
	A_6	– 5	0

(ख) निम्नलिखित आद्य रैखिक प्रोग्रामन (LP) समस्या की द्वैती प्राप्त कीजिए : 4

$Z = x_1 - 2x_2 + 3x_3$ का अधिकतमीकरण कीजिए :

जबकि :

$$-2x_1 + x_2 + 3x_3 = 2$$
$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

× × × × ×