No. of Printed Pages : 10

MTE–013

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)

Term-End Examination

June, 2026

MTE-013 : DISCRETE MATHEMATICS

Time : 2 Hours *Maximum Marks : 50*

Note : *Q. No.* ***1*** *is compulsory. Attempt any* ***four*** *questions from Q. Nos.* ***2*** *to* ***7****. Use of calculators is not allowed.*

1. Which of the following statements are *True* and which are *False* ? Justify your answers with a proof or counter-example as appropriate. Marks will be given only for proper explanation. 5×2=10

   (a) $a_n + \sqrt{a_{n-1}} + a_{n-2}^2 = 0$ is a homogeneous linear recurrence relation.

(b) The generating function for the sequence $a_n = n + 1$ is $\frac{1}{1+z}$.

(c) If a coin is tossed four times, the probability of getting more heads than tails is $\frac{5}{16}$.

(d) For two logical statements p and q, $p \to q \Leftrightarrow \sim p$ is a contradiction.

(e) The number of partitions of 6 with at most 2 parts is 4.

2. (a) Use Mathematical Induction to prove that :

$1 \times 1! + 2 \times 2! + 3 \times 3! + \ldots\ldots + n \times n!$

$= (n + 1)! - 1$, for all $n \geq 1$. 4

(b) How many five-digit numbers have distinct digits ? Justify. 2

(c) Solve the recurrence relation

$a_n + 3a_{n-1} - 4a_{n-2} = 4^n \ (n \geq 2)$. 4

3. (a) Let X = {1, 2, 5, 7, 10, 14, 35, 70}. For $a, b \in X$, define $a \wedge b$ = l.c.m. of a and b and $a \vee b$ = g.c.d. of a and b. Check whether or not X is a Boolean Algebra w.r.t. $\vee$ and $\wedge$. 5

(b) Find the sum of the series : 5

$$\frac{1^3}{0!} + \frac{2^3}{1!} + \frac{3^3}{2!} + \ldots\ldots\ldots + \frac{(n+1)^3}{n!} + \ldots\ldots\ldots .$$

4. (a) In a class, there are 200 students. 100 of them study English, 90 study Hindi and 80 study Tamil. 60 of them study both English and Tamil, 50 study both English and Hindi and 40 study both Hindi and Tamil. Also 25 of them study all the three languages. Find the number of students, who study none of the three languages. 4

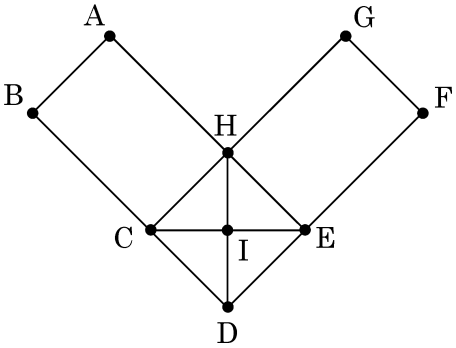
(b) Solve the recurrence relation 4

$$a_n - 5\,a_{n-1} = 0, n \geq 1 \text{ and } a_0 = 2,$$

using generating functions.

(c) Is it possible to construct a graph with 10 vertices in which four vertices have degree 2 each, three vertices have degree 3 each and the remaining vertices have degree 1 each ? Justify your answer 2

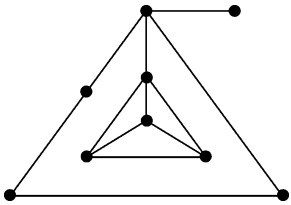
5. (a) Check whether the following graph is Eulerian. Is it Hamiltonian ? Justify your answer. 4



(b) Find the generating function for the sequence $\{a_n\}_{n \geq 0}$ where $a_n = 6n - 5$. 3

(c) If the letters A, B, C, D, E, F and G are arranged on a circle, how many arrangements are possible if E and G are always adjacent to each other ? 3

6. (a) Find $\delta(G)$, $\Delta(G)$ and $\chi(G)$ for the graph below : 4



(b) Check whether or not the statement

$$(p \to q) \to [(\sim p \to q) \to q]$$

is a tautology. 3

(c) 30 apples are to be distributed amongst 4 children and each child must get at least one apple. In how many ways can this be done ? 3

7. (a) Draw a connected planar 3-regular graph with 8 vertices. How many regions are there in any plane drawing of this graph ? 4

(b) Give an indirect proof of the following statement :

If $a \cdot b$ is even, then one of a or b must be even, "$a, b' \in Z$". 3

(c) Find the coefficient of x^7 in the expansion of $(1 + 2x + 2x^2)^6$. 3

MTE–013

स्नातक उपाधि कार्यक्रम

(बी. डी. पी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2026

एम.टी.ई.-013 : विविक्त गणित

समय : 2 घण्टे *अधिकतम अंक : 50*

नोट : *प्रश्न सं. 1 करना अनिवार्य है। प्रश्न सं. 2 से 7 तक किन्हीं* ***चार*** *प्रश्नों के उत्तर दीजिए। कैल्कुलेटरों के प्रयोग की अनुमति नहीं है।*

---

1. निम्नलिखित में से कौन-से कथन **सत्य** और कौन-से **असत्य** हैं ? अपने उत्तरों की पुष्टि एक लघु उपपत्ति या प्रतिउदाहरण देकर कीजिए। अंक उचित पुष्टि के लिए ही दिए जाएँगे।

$5 \times 2 = 10$

(क) $a_n + \sqrt{a_{n-1}} + a_{n-2}^2 = 0$ एक समघात रैखिक पुनरावृत्ति संबंध है।

(ख) अनुक्रम $a_n = n + 1$ के लिए जनक फलन $\frac{1}{1+z}$ है।

(ग) यदि एक सिक्के को चार बार उछाला जाता है तो पटों से अधिक चित आने की प्रयिकता $\frac{5}{16}$ है।

(घ) किन्हीं दो तार्किक कथनों p और q के लिए

$$p \to q \Leftrightarrow \sim p$$

एक अंतर्विरोध है।

(ङ) 6 के अधिकतम 2 भाग वाले विभाजनों की संख्या 4 है।

2. (क) गणितीय आगमन का प्रयोग करके सिद्ध कीजिए कि सभी $n \geq 1$ के लिए : 4

$$1 \times 1! + 2 \times 2! + 3 \times 3! + \ldots\ldots + n \times n! = (n + 1)! - 1$$

(ख) पाँच अंकों की कितनी संख्याओं के भिन्न-भिन्न अंक हैं ? पुष्टि कीजिए। 2

(ग) पुनरावृत्ति संबंध

$$a_n + 3a_{n-1} - 4a_{n-2} = 4^n \ (n \geq 2)$$

को हल कीजिए। 4

3. (क) मान लीजिए $X = \{1, 2, 5, 7, 10, 14, 35, 70\}$ है। किन्हीं $a, b \in X$ के लिए, परिभाषित कीजिए :

$a \wedge b$ = l.c.m. (a, b), $a \vee b$ = g.c.d. (a, b)

जाँच कीजिए कि $\vee$ और $\wedge$ के सापेक्ष X एक बूलीय बीजगणित है या नहीं। 5

(ख) श्रेणी

$$\frac{1^3}{0!} + \frac{2^3}{1!} + \frac{3^3}{2!} + \ldots\ldots\ldots + \frac{(n+1)^3}{n!} + \ldots\ldots\ldots$$

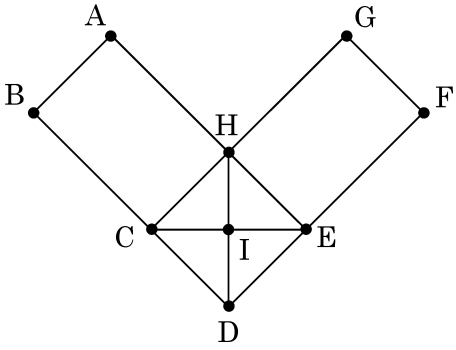
का योगफल ज्ञात कीजिए। 5

4. (क) एक कक्षा में 200 छात्र हैं। उनमें से 100 छात्र अंग्रेजी पढ़ते हैं, 90 हिन्द और 80 तमिल पढ़ते हैं। 60 छात्र अंग्रेजी और तमिल दोनों पढ़ते हैं, 50 अंग्रेजी और हिन्दी दोनों पढ़ते हैं, और 40 हिन्दी और तमिल दोनों पढ़ते हैं। साथ ही, 25 छात्र तीनों भाषाएँ पढ़ते हैं। ऐसे छात्रों की संख्या ज्ञात कीजिए जो इन तीनों में से कोई भी भाषा नहीं पढ़ते। 4

(ख) जनक फलनों का प्रयोग करके पुनरावृत्ति संबंध $a_n - 5\,a_{n-1} = 0, n \geq 1,$ और $a_0 = 2$ को हल कीजिए। 4

(ग) क्या 10 शीर्षों पर एक ऐसा ग्राफ बनाना संभव है जिसमें चार शीर्षों की कोटि 2 हो, तीन शीर्षों की कोटि 3 हो, और अन्य शीर्षों की कोटि 1 हो ? अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए। 2

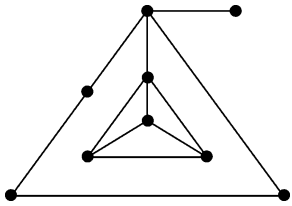
5. (क) जाँच कीजिए कि नीचे दिया गया ग्राफ ऑयलरीय है या नहीं। क्या यह हैमिल्टनीय है ? पुष्टि कीजिए। 4



(ख) अनुक्रम $\{a_n\}_{n \geq 0}$, जहाँ $a_n = 6n - 5$ है, के लिए जनक फलन ज्ञात कीजिए। 3

(ग) यदि अक्षरों A, B, C, D, E, F और G को एक वृत्त पर व्यवस्थित किया जाता है तो ऐसा करने के कितने तरीके होंगे यदि E और G हमेशा अगल-बगल हों ? 3

6. (क) नीचे दिए गए ग्राफ के लिए $\delta(G)$, $\Delta(G)$ और $\chi(G)$ ज्ञात कीजिए : 4



(ख) जाँच कीजिए कि कथन

$$(p \to q) \to [(\sim p \to q) \to q]$$

एक सर्वसत्य कथन है या नहीं। 3

(ग) 30 सेबों को 4 बच्चों में वितरित किया जाना है, और प्रत्येक बच्चे को कम से कम एक सेब मिलना चाहिए। यह कार्य कितने तरीकों से किया जा सकता है ? 3

7. (क) 8 शीर्षों पर एक संबंद्ध समतलीय 3-नियमित ग्राफ बनाइए। इस ग्राफ की किसी भी समतल रेखाचित्र में कितने प्रदेश होंगे ? 4

(ख) निम्नलिखित कथन की एक अप्रत्यक्ष उपपत्ति दीजिए :

"यदि $a \cdot b$ सम है तो a या b में से कोई एक तो सम होगी, जहाँ $a, b' \in Z$ हैं। 3

(ग) $(1 + 2x + 2x^2)^6$ के प्रसार में x^7 का गुणांक ज्ञात कीजिए। 3

× × × × ×